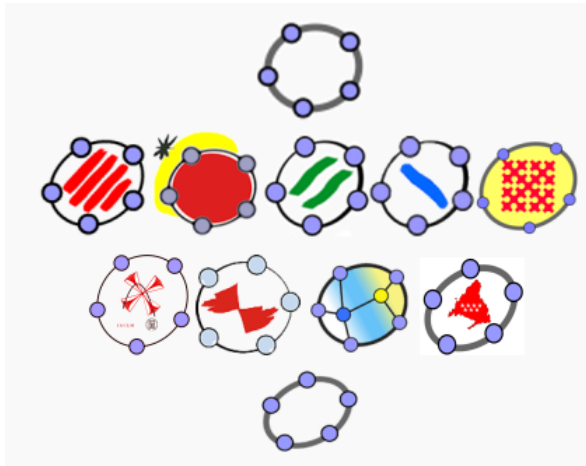
Programación Lineal con GeoGebra: Una experiencia en el aula

III Día GeoGebra

Alcalá de Henares, 9 de Mayo de 2015



Juan Fernando López Villaescusa
Institut GeoGebra Valencià
IES Ramon Llull (València)

Programación Lineal

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

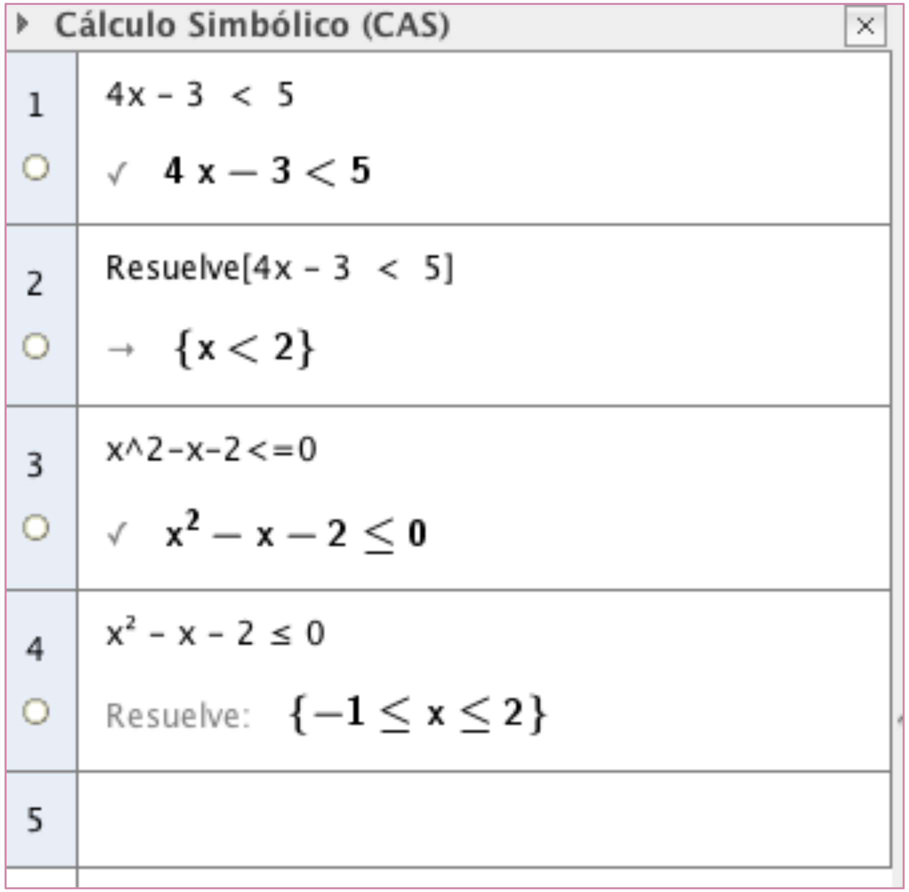
2º de Bachiller

- Inecuaciones con una incógnita.
- Inecuaciones con dos incógnitas.
- Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Problemas de optimización con Programación Lineal.
  - Representación gráfica de la región factible.
  - Representación gráfica de la función objetivo.
  - Determinar gráficamente la solución óptima del problema.

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Resolución de inecuaciones con una incógnita.

Cálculo Simbólico (CAS)

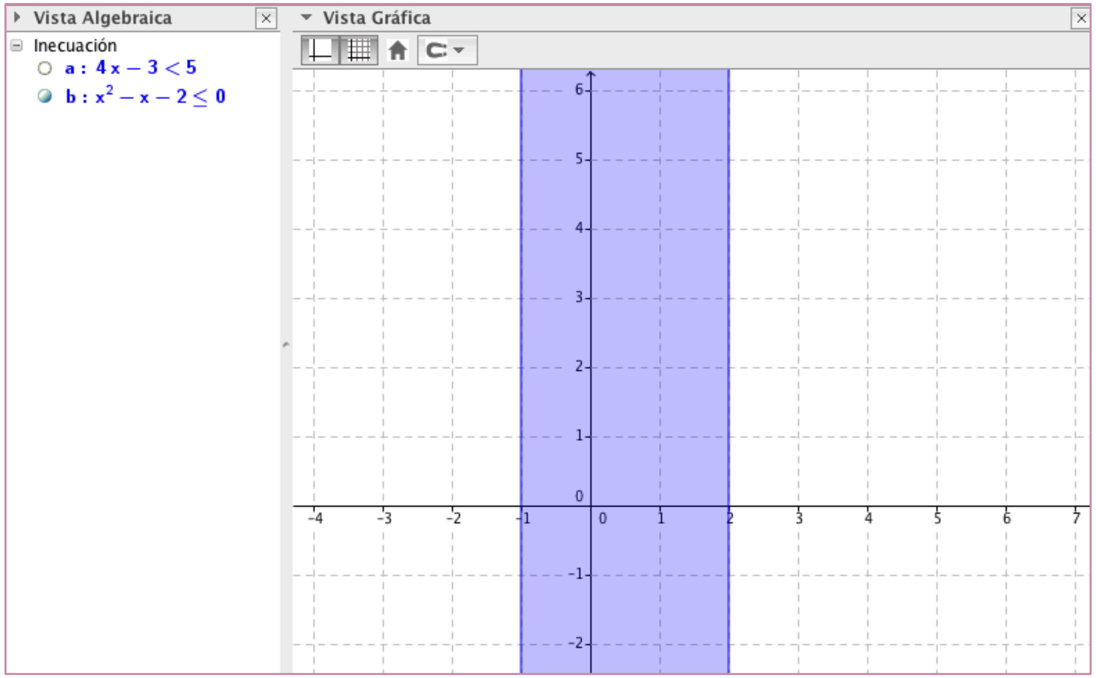


01a-inec-cas.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Resolución de inecuaciones con una incógnita.

Vista Gráfica- Vista Algebraica

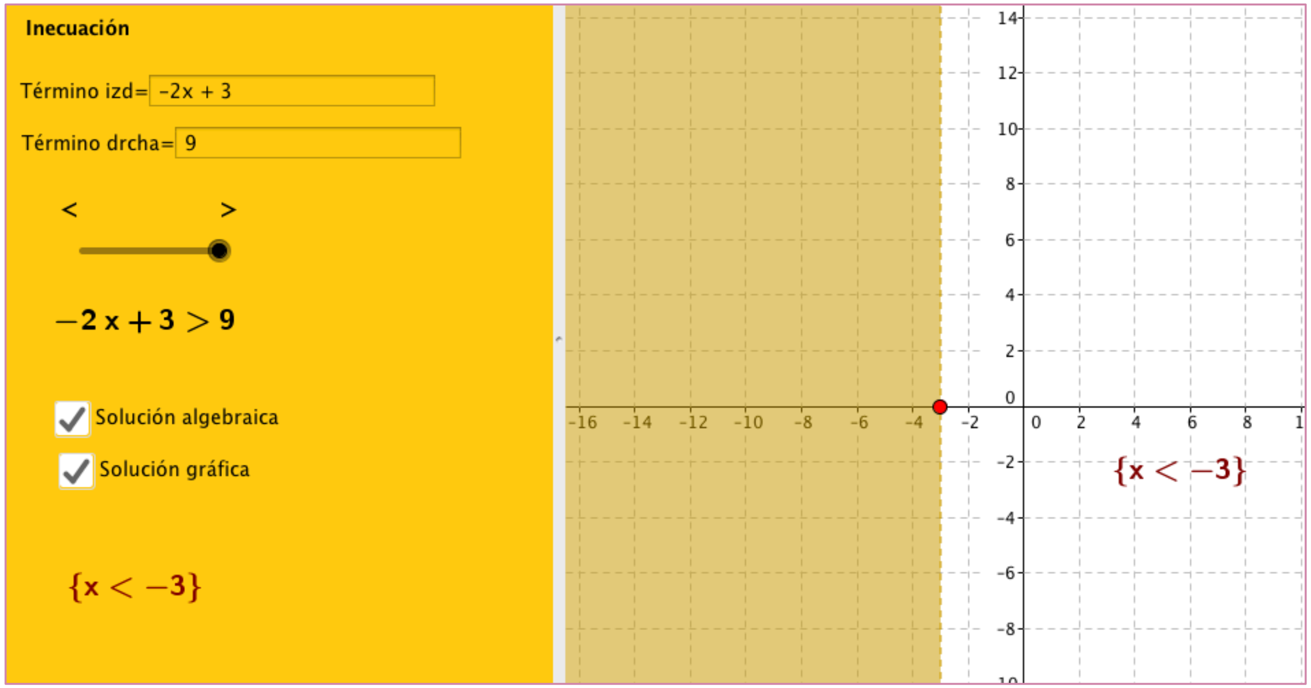


01b-inec-alg.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Resolución de inecuaciones con una incógnita.

Solución Algebraica y Gráfica

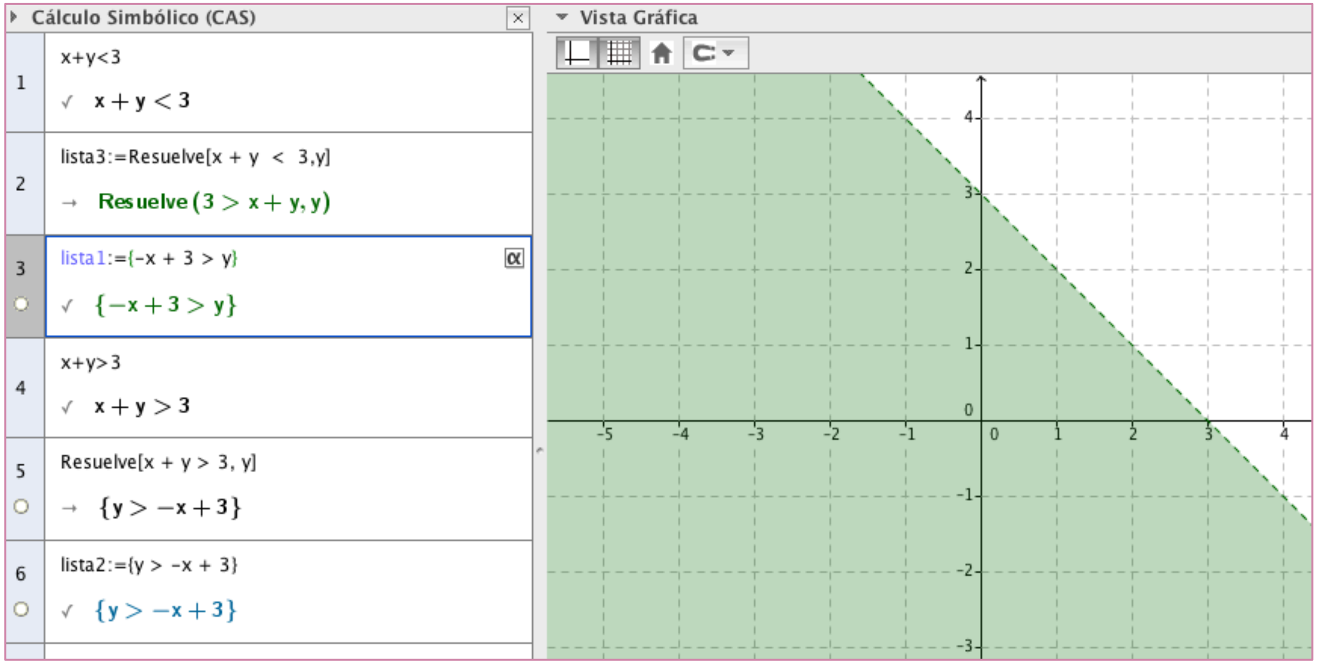


01c-inec-1incog.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Interpretación geométrica de una inecuación lineal con 2 incógnitas

Cálculo Simbólico (CAS)

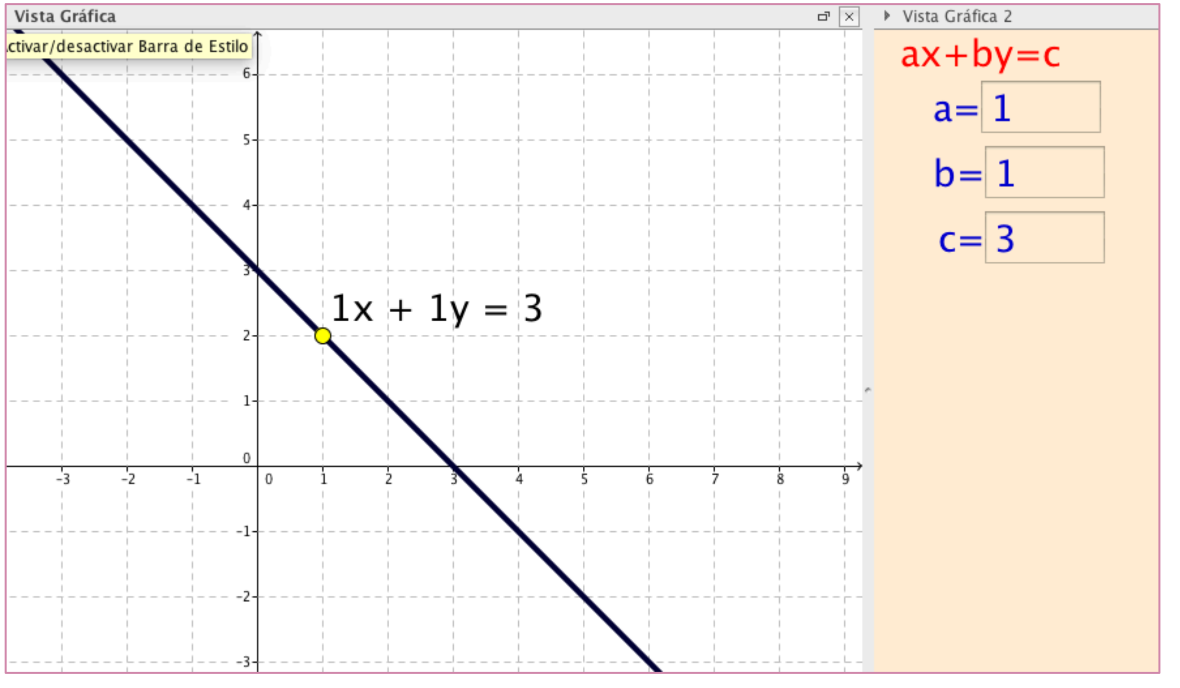


02a-inec-2incog.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Interpretación geométrica de una inecuación lineal con 2 incógnitas

Vista Gráfica - Caso general

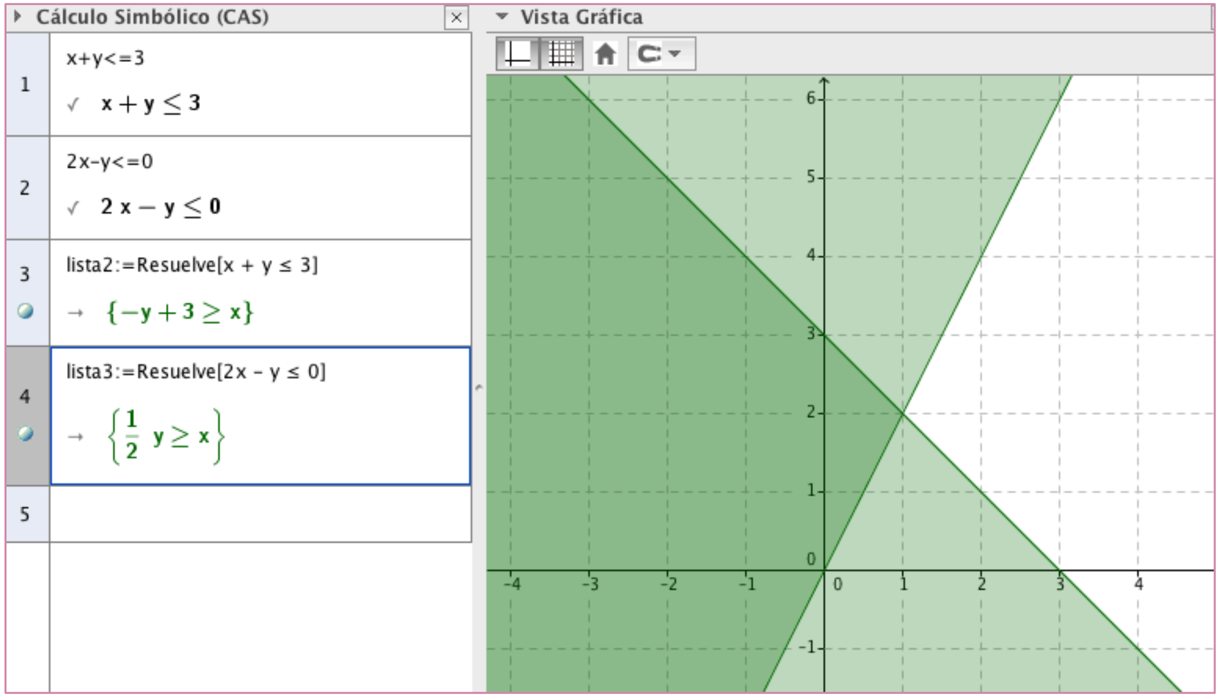


02b-inec-2incog.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Sistemas de 2 inecuaciones con 2 incógnitas

Cálculo Simbólico (CAS) - Interpretación Gráfica

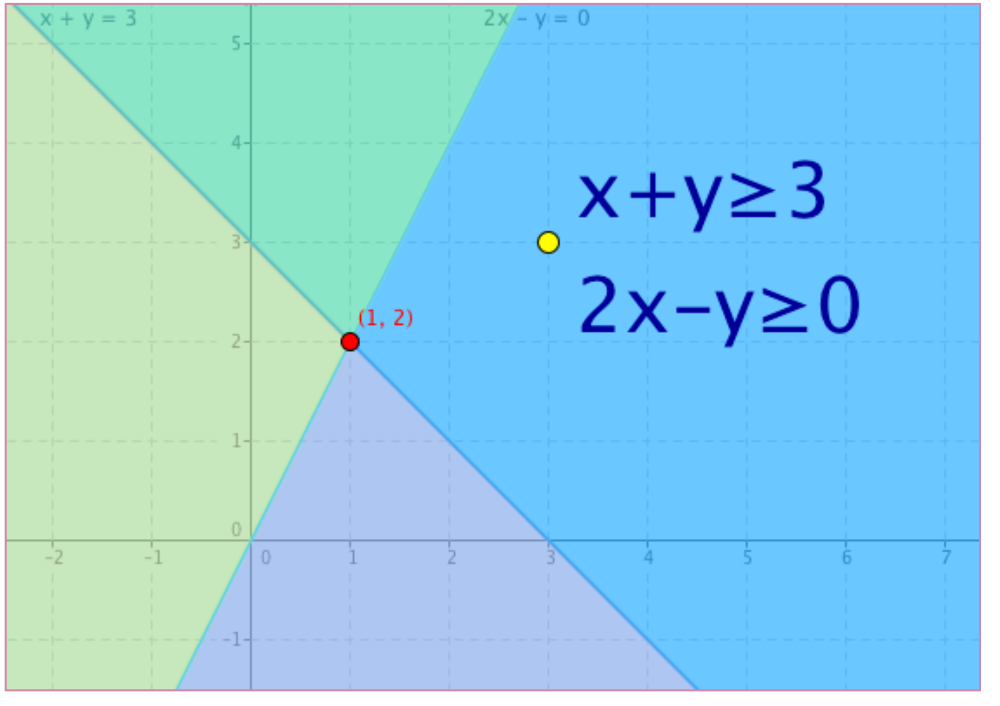


03a-sist-inec_2incog.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Sistemas de 2 inecuaciones con 2 incógnitas

Interpretación Gráfica

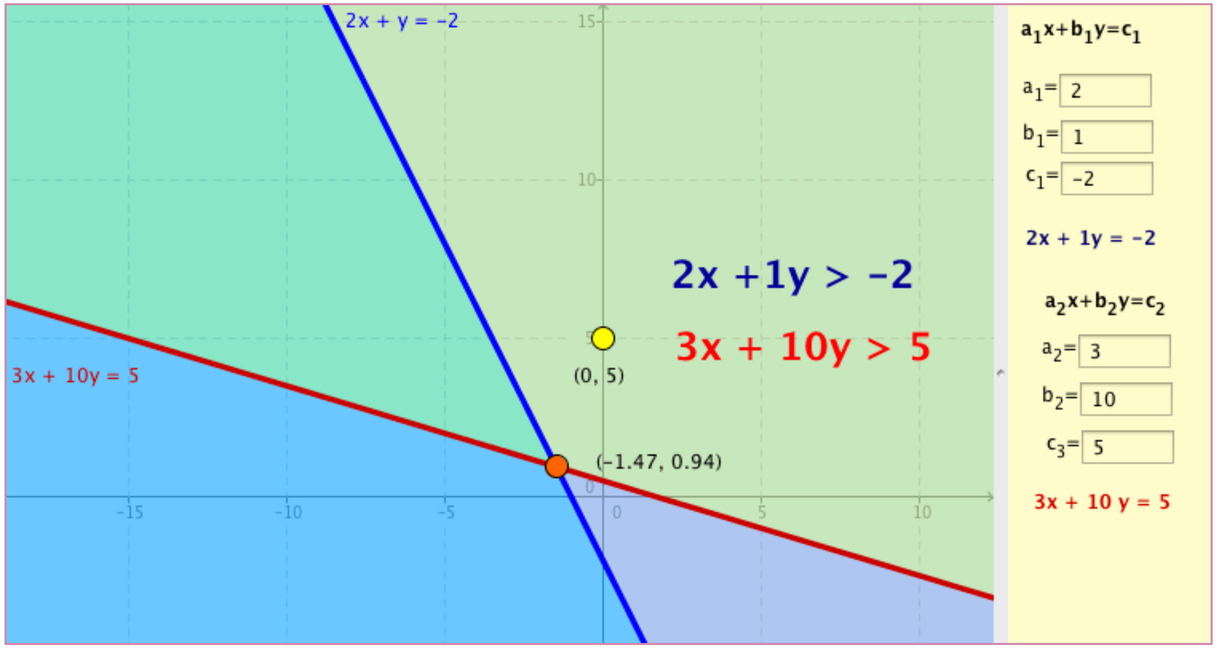


03b-sist-inec_2incog.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Sistemas de 2 inecuaciones con 2 incógnitas

Interpretación Gráfica: caso general

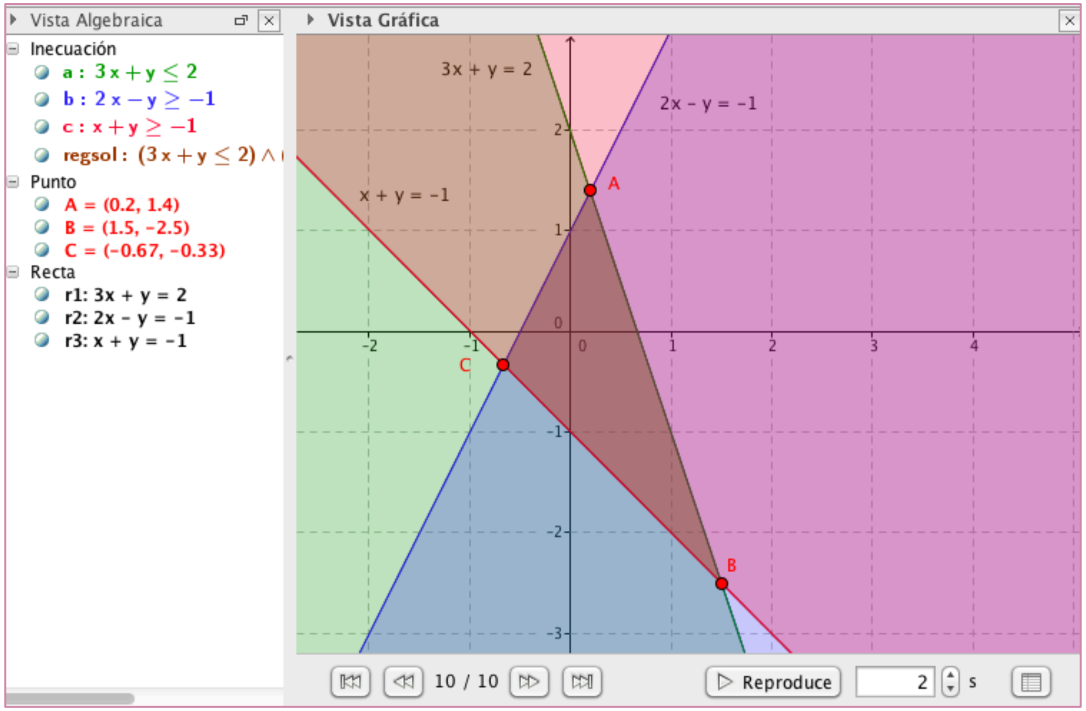


03c-sist-inec_2incog_general.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas

Interpretación Gráfica



03d-sist-inec_2incog.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Ejercicios de inecuaciones

Departamento de **MATEMÁTICAS**
I.E.S. Ramón Llull *prog_lineal-01*

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	**2º BACHILLER**
PROGRAMACIÓN LINEAL	
Nombre:	

INECUACIONES

1.-Resolver algebraica y gráficamente las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{2}{3}\cdot x+\frac{x-1}{2}\geq\frac{2}{5}\cdot x+1$

b) $x+\frac{x}{3}+\frac{x}{5}\leq 2x-\frac{x}{2}+\frac{x}{4}-8$

c) $x-\frac{x-2}{3}\geq 3x-\frac{1}{4}$

d) $-2x+3\geq\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$

2.- Encontrar la región del plano que constituye el conjunto de soluciones de las siguientes inecuaciones lineales:

a) $x+y\leq 3$
b) $x+y\geq 3$
c) $5x+y\leq 1$
d) $3x-y\geq 2$

3.- Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones lineales:

a) $\left.\begin{array}{r} x+y\geq 3 \\ 2x-y\leq 0\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x+y\leq 2 \\ x+y\geq 4\end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} x+2y-1\geq 0 \\ 2x+y\leq 0\end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} 2x-y\geq 3 \\ 2x-y\geq 4\end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r} 2x-3y\leq 4 \\ 3x+2y\geq 2\end{array}\right\}$ f) $\left.\begin{array}{r} x\geq 0 \\ 2x\geq y \\ x\leq\frac{y}{3}\end{array}\right\}$ g) $\left.\begin{array}{r} 3x+y\geq 0 \\ 2x-y\leq 0 \\ x\geq 2\end{array}\right\}$ h) $\left.\begin{array}{r} x+y+1\geq 0 \\ x-y+1\geq 2 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0\end{array}\right\}$

00-prog_lineal-01.pdf

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problemas de optimización con Programación Lineal.

- Representación gráfica de la región factible.
- Representación gráfica de la función objetivo.
- Determinar gráficamente la solución óptima del problema.

Problema de la excursión

Una escuela prepara una excursión para 400 estudiantes. La empresa de transporte tiene 8 autocares de 40 plazas y 10 de 50 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autocar grande cuesta 80 €, y el de uno pequeño, 60 €.

Calcular cuántos autocares de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

Problema de la excursión

1.- Descubrir la función objetivo tras leer bien el problema

Una escuela prepara una excursión para 400 estudiantes. La empresa de transporte tiene 8 autocares de 40 plazas y 10 de 50 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autocar grande cuesta 80 €, y el de uno pequeño, 60 €.

Calcular cuántos autocares de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

Juan Fernando López
Institut GeoGebra València

Problema de la excursión

2.- Analizar los datos del problema

Una escuela prepara una excursión para 400 estudiantes. La empresa de transporte tiene 8 autocares de 40 plazas y 10 de 50 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autocar grande cuesta 80 €, y el de uno pequeño, 60 €.

Calcular cuántos autocares de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

Problema de la excursión

Análisis de los datos

Tipos de autocares	40 plazas	50 plazas	Restricciones
Número de autocares	x	y	$0 \leq x \leq 8$ $0 \leq y \leq 10$
Plazas	40·x	50·y	$40\,x + 50\,y \geq 400$
Conductores	x	y	$x + y \leq 9$
Coste en €	60·x	80·y	F min= $60\,x + 80\,y$

Función de Coste

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Planteamiento del problema

Averiguar para qué valores de x e y la expresión

$$F = 60x + 80y$$ **Función objetivo**

Se hace mínima, sujeto a las siguientes restricciones:

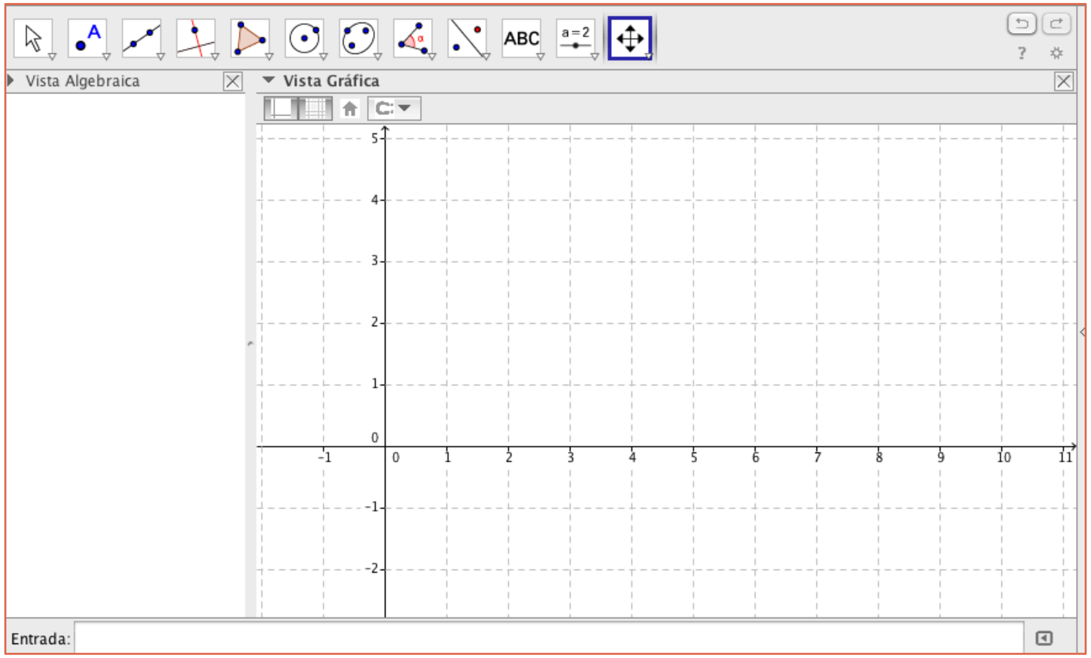
Restricciones del problema

$$\begin{cases} 40x+50y \geq 400 \\ x+y \leq 9 \\ x \leq 8 \\ y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Abrimos el programa GeoGebra



El número de autocares, “x” e “y” deben ser mayores o iguales que cero

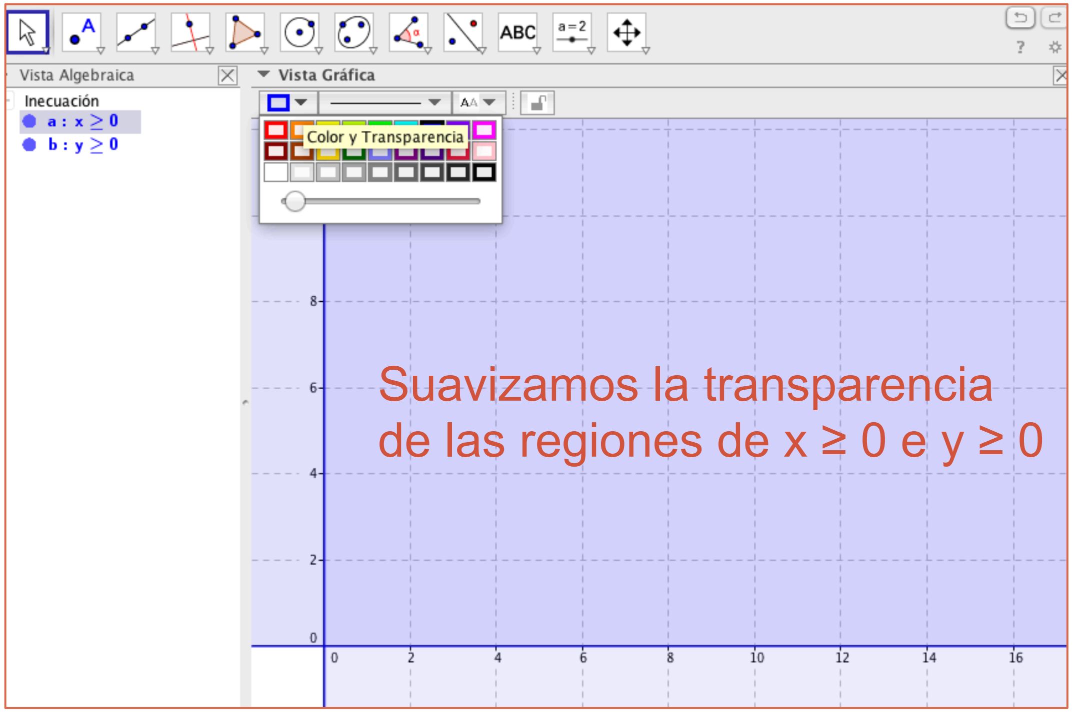
Escribimos x ≥ 0 e y ≥ 0 en el campo entrada

02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Obtenemos las regiones de las restricciones del problema



En el campo de entrada escribimos el resto de restricciones.

$40x+50y \geq 400$

$x+y \leq 9$

$x \leq 8$

$y \leq 10$

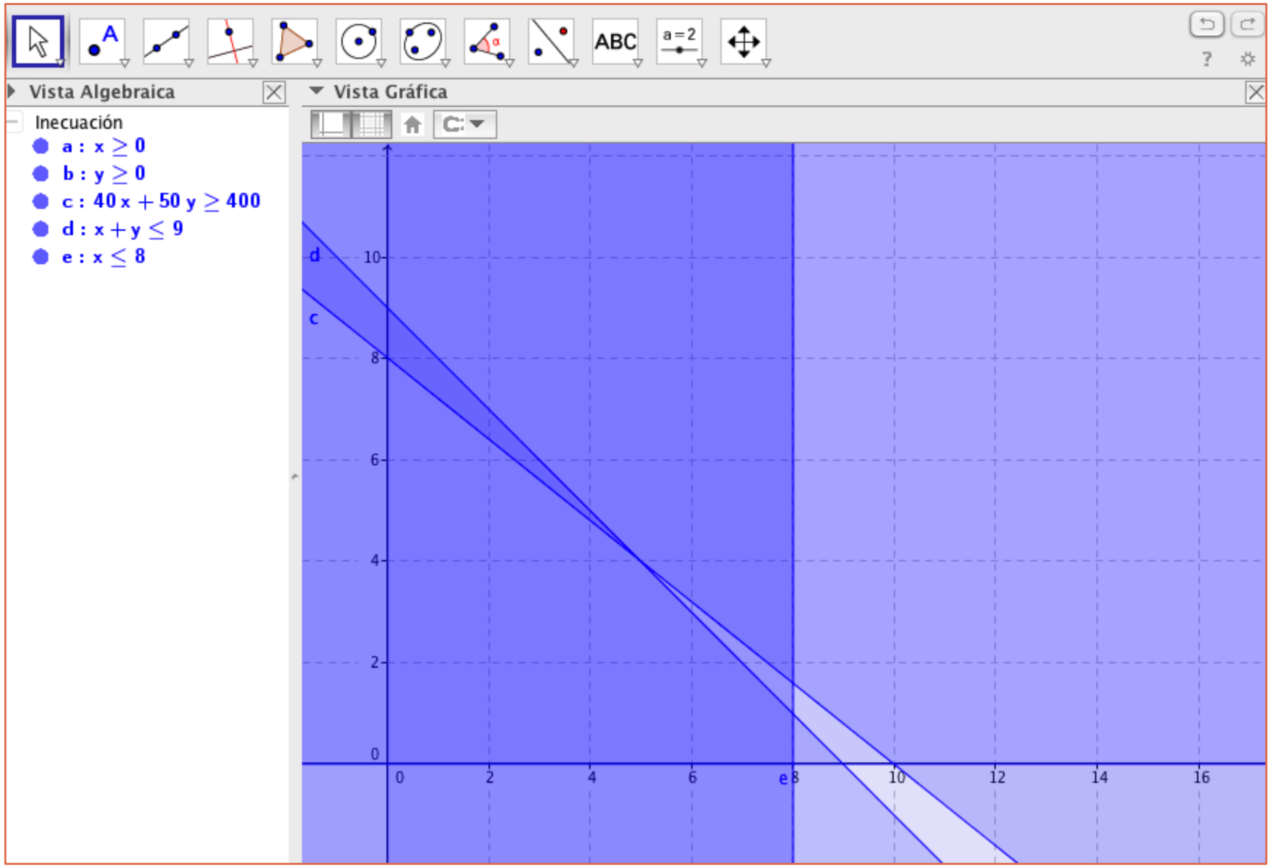
02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Obtenemos la región factible

Ten cuidado con las escalas

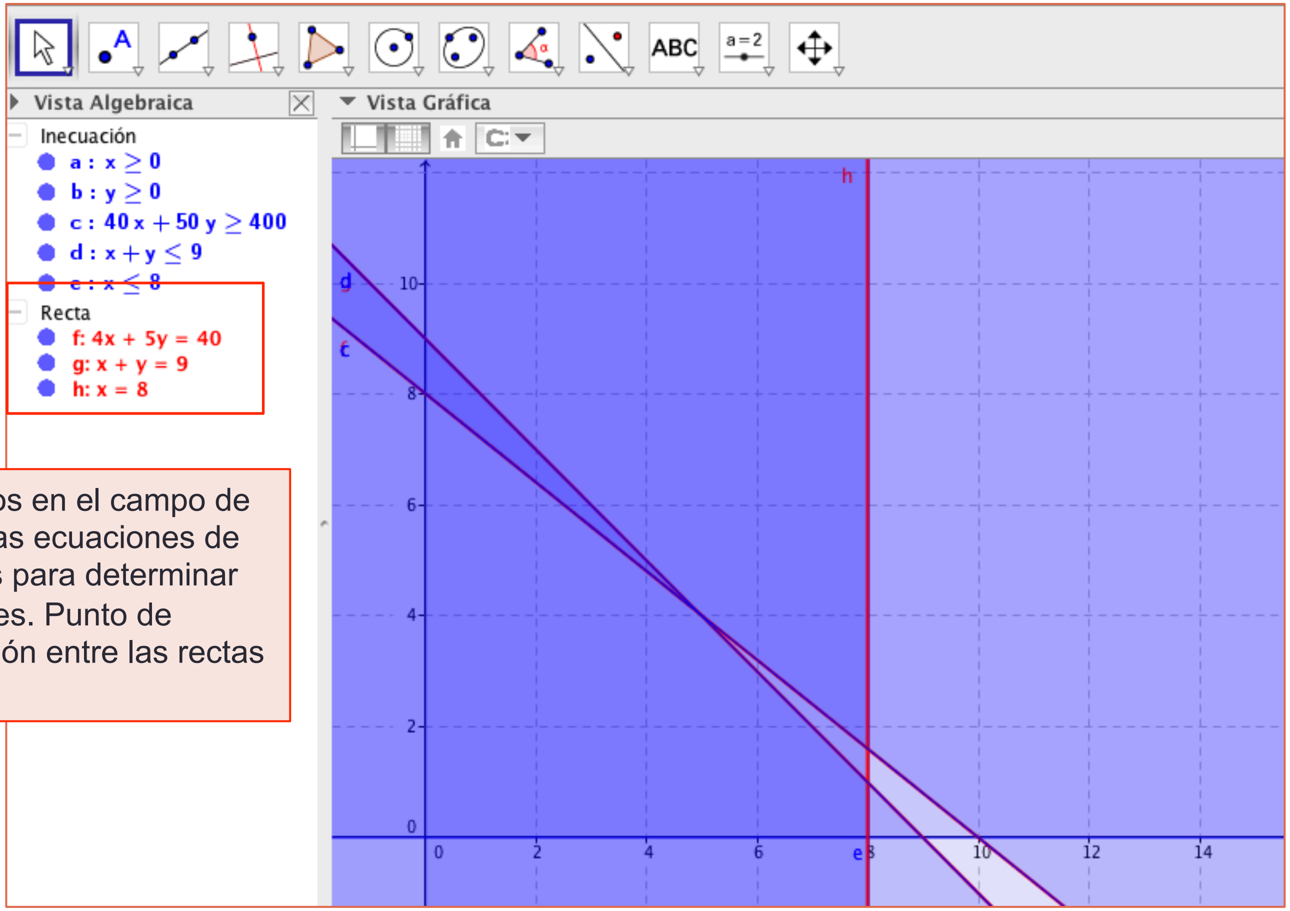


02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Marcamos los vértices de la región factible



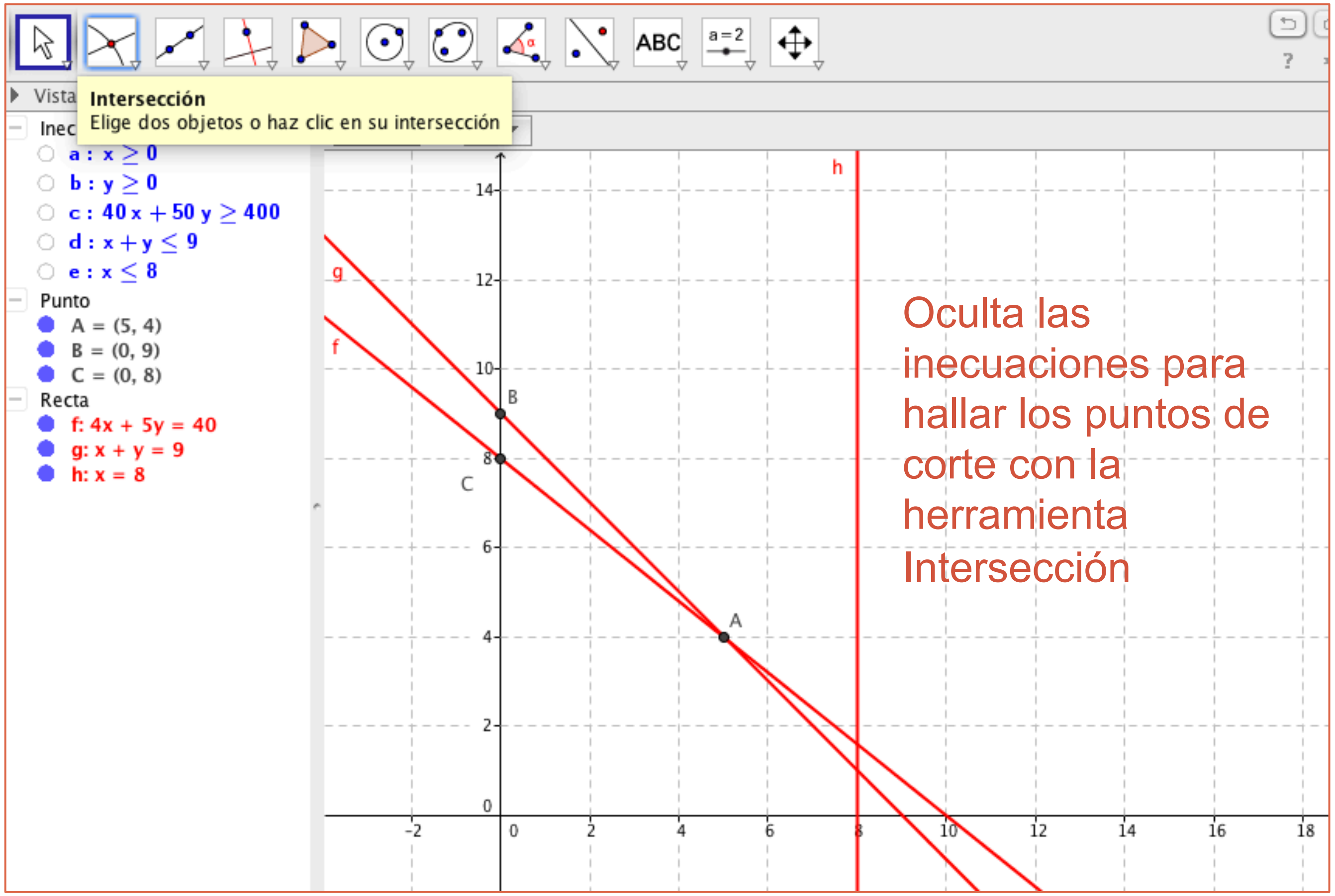
Escribimos en el campo de entrada las ecuaciones de las rectas para determinar los vértices. Punto de intersección entre las rectas y los ejes

02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Marcamos los vértices de la región factible

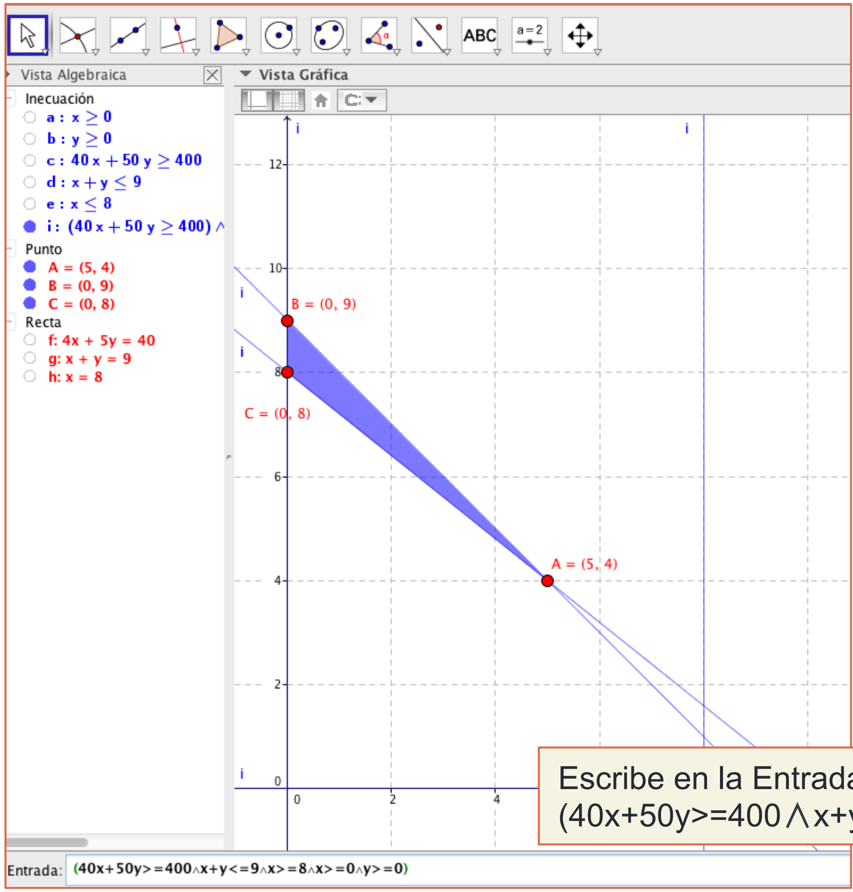


02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Mostramos solamente la región factible y los vértices



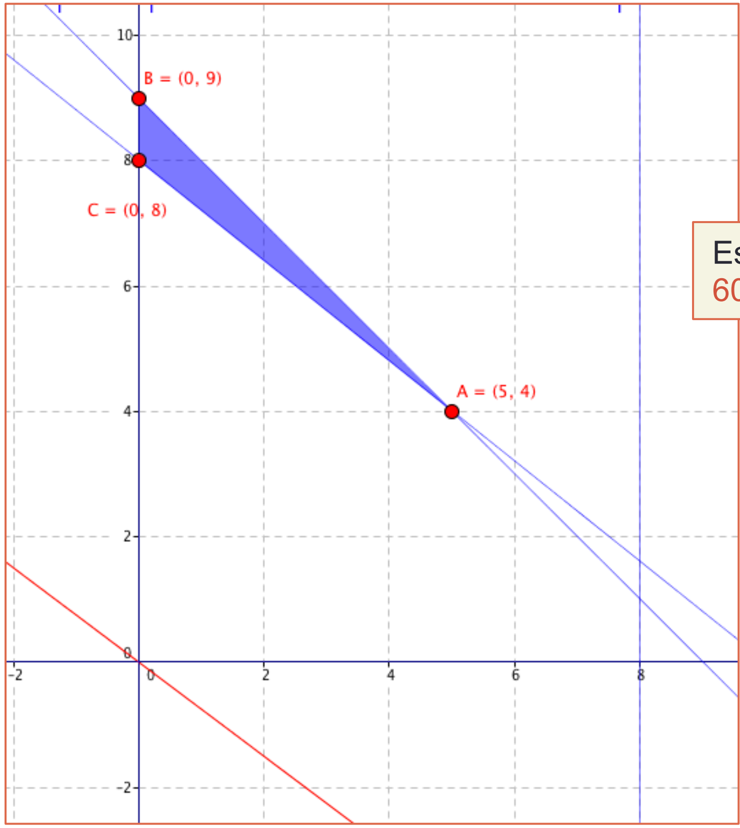
Escribe en la Entrada:
(40x+50y>=400∧x+y<=9∧x<=8∧x>=0∧y>=0)

02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Fijamos la línea de nivel de nuestra función objetivo



Escribe en la Entrada la función objetivo con su valor nulo
60x+80y=0

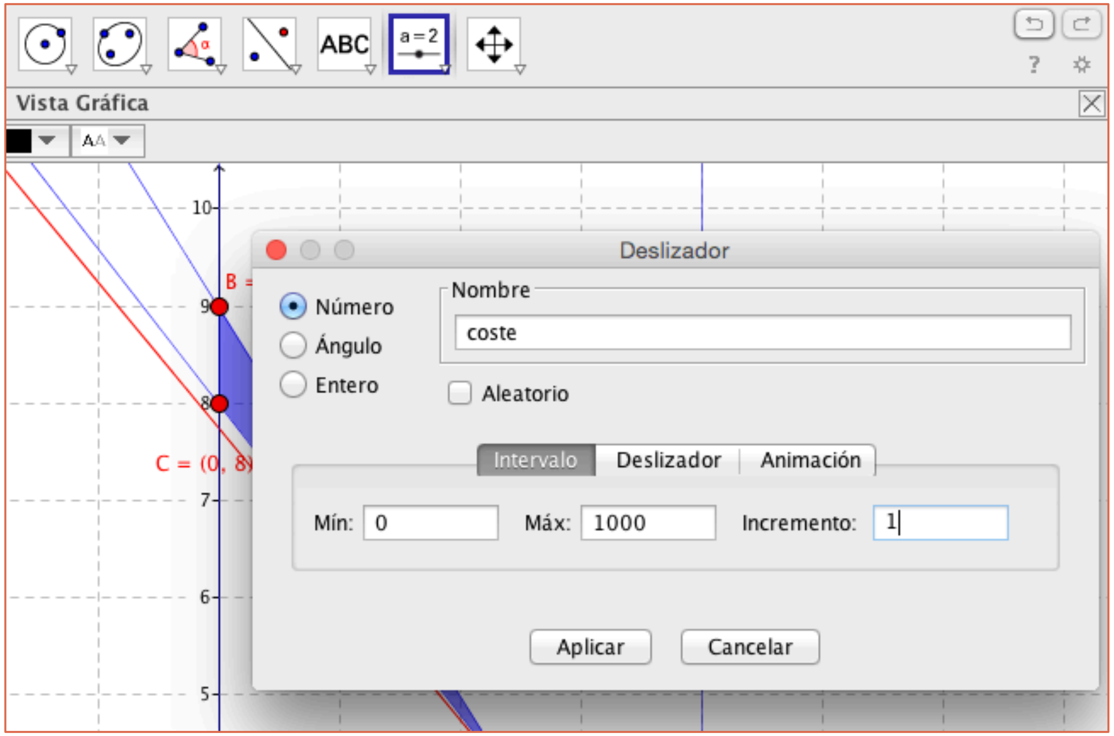
02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

La trasladamos para obtener el vértice de nos da el mínimo coste

Crea un deslizador y redefine la ecuación de la recta de la función objetivo: **60x+80y=coste**

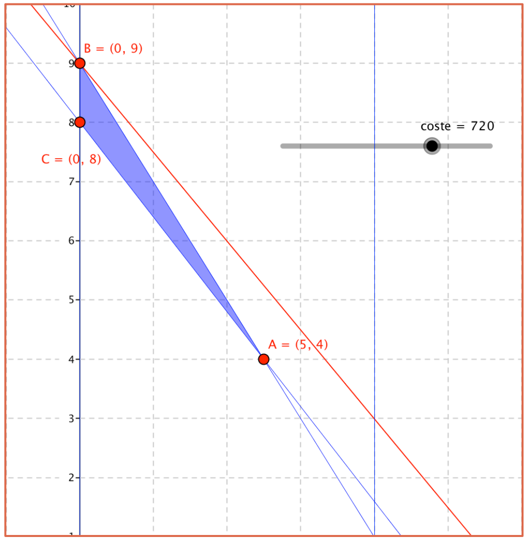


02-pl-excursion.ggb

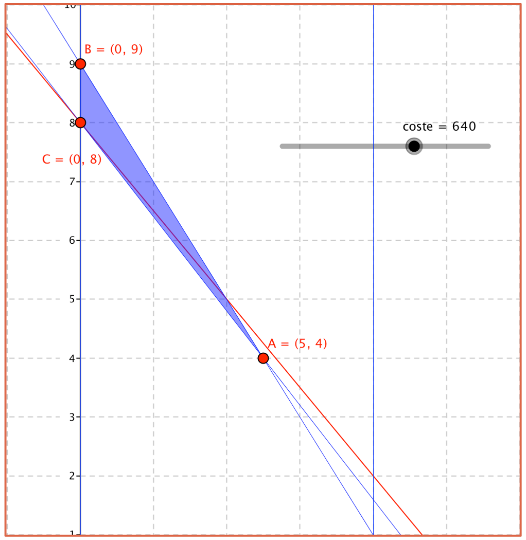
Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

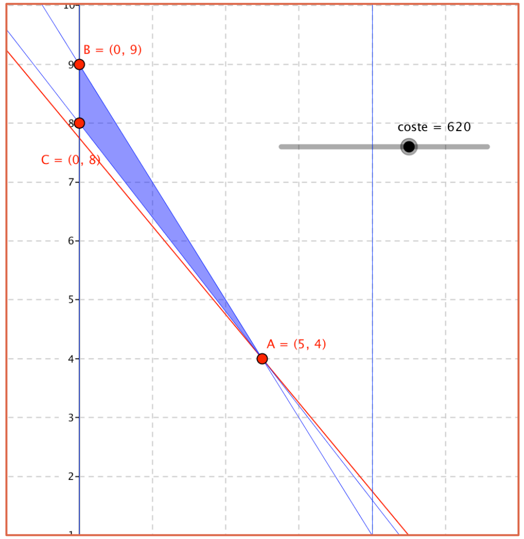
La trasladamos para obtener el vértice de nos da el mínimo coste



Coste de 720 €



Coste de 640 €



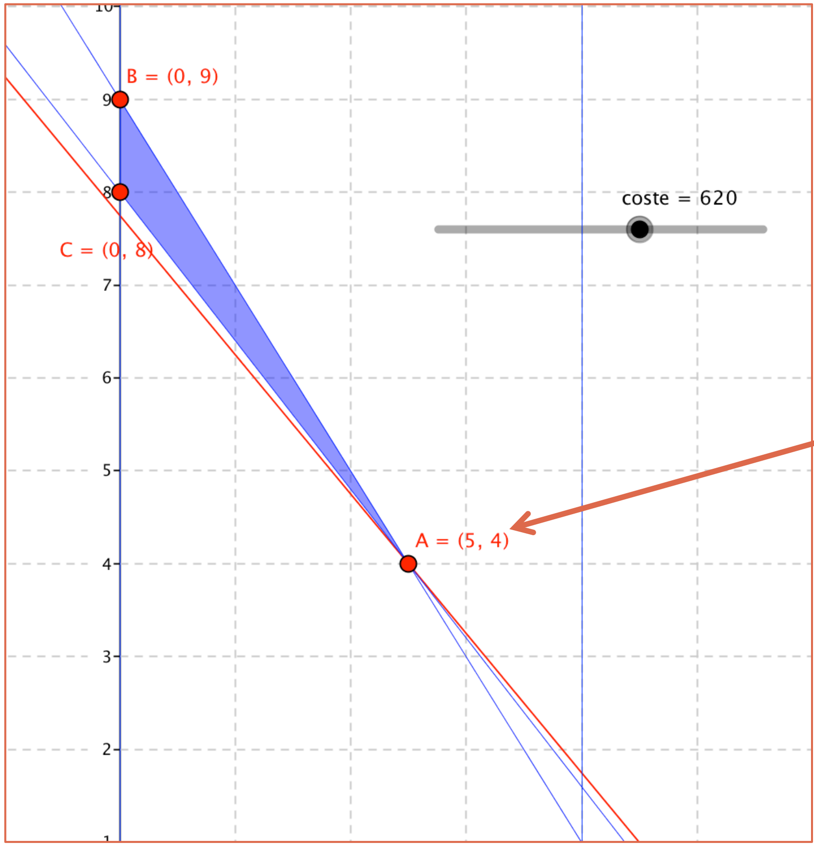
Coste de 620 €

02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra València

Problema de la excursión

Obtenemos la solución óptima



Coste de 620 €

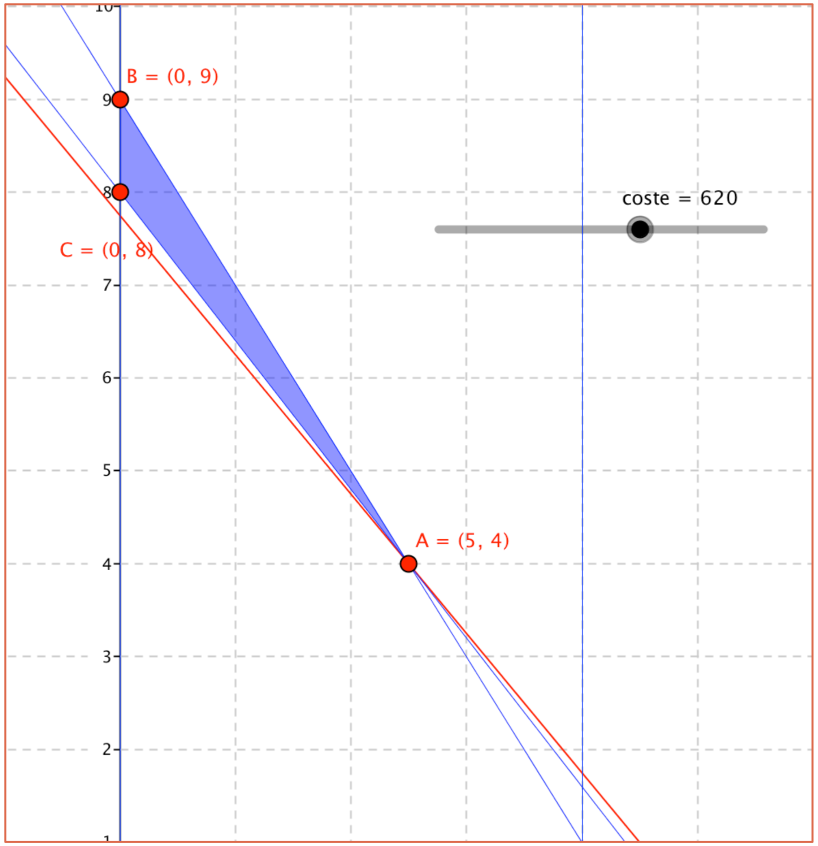
El mínimo valor se obtiene en el vértice A

02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Obtenemos la solución óptima



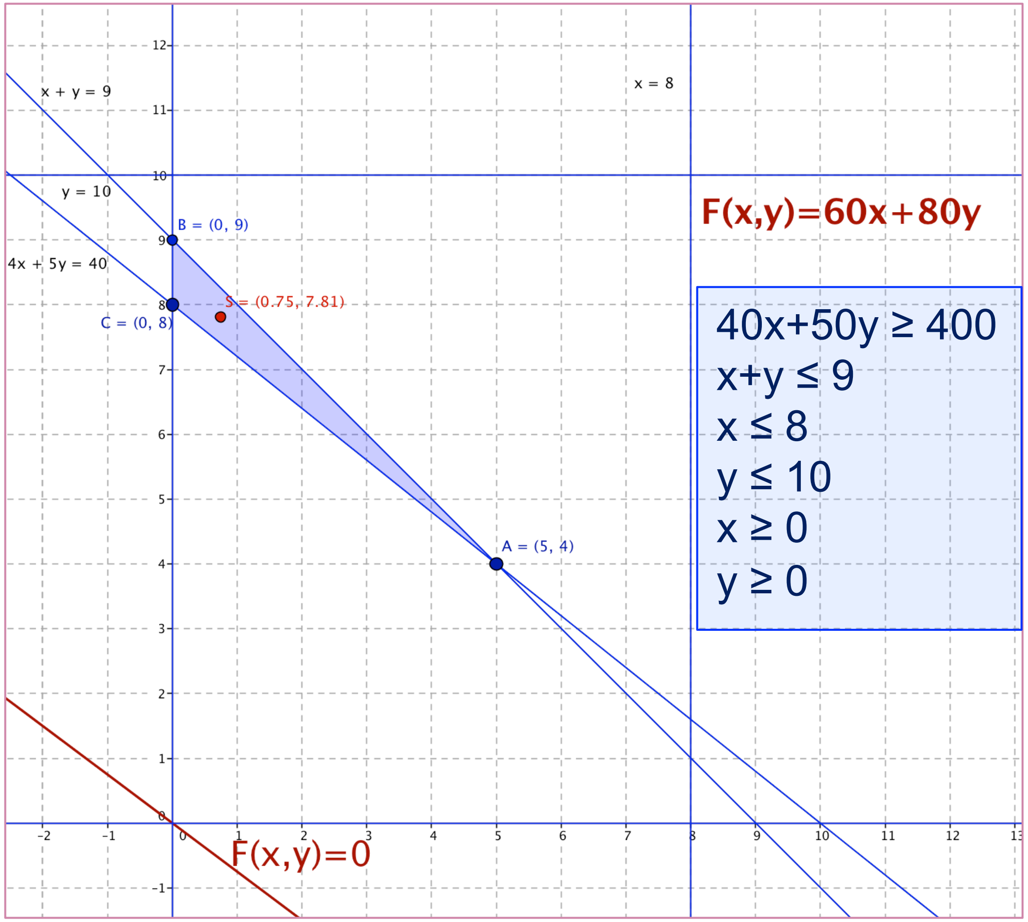
Se deben utilizar 5 autocares de 40 plazas y 4 de 50 plazas, con un coste mínimo de 620 €

02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de la excursión

Solución del problema



02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

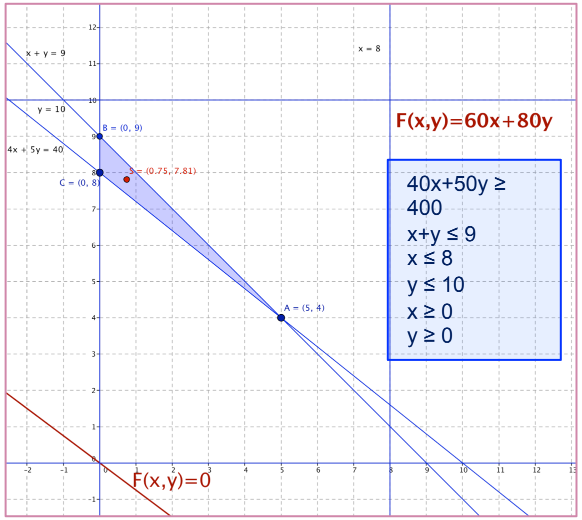
Problema de la excursión

Solución del problema

$$F_A = 60 \cdot 5 + 80 \cdot 4 = 620$$

$$F_B = 60 \cdot 0 + 80 \cdot 9 = 720$$

$$F_C = 60 \cdot 0 + 80 \cdot 8 = 640$$



el valor mínimo se alcanza en el punto A=(5,4)

Se deben utilizar 5 autocares de 40 plazas y 4 de 50 plazas, con un coste mínimo de 620 €

02-pl-excursion.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Ejercicios con GeoGebra

Dibujar, para distintos valores de F, las líneas de nivel de las siguientes funciones objeto:

1.- $F = x - 3y$

2.- $F = 2x + y - 1$

3.- $F = 3x + y + 2$

Ejercicios con GeoGebra

Trata de localizar gráficamente los valores máximos y mínimos de la función F en su respectivo polígono:

1.- $F = 4x - 3y + 2$
Polígono de vértices: (0,0); (3,0); (4,2); (0,3)

2.- $F = x + 4y - 1$
Polígono de vértices: (0,3); (4,3); (4,0)

3.- $F = -x - y + 1$
Polígono de vértices: (0,0); (0,4); (2,3); (2,1)

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Ejercicios con GeoGebra

Determinar la solución de los siguientes problemas de Programación Lineal:

1.- F = 2x - 3y

x >= 0
y >= 0
x >= 2y
x - y >= 5

2.- F = x + 2y

x >= 0
y >= 0
x + 2y <= 10
x - 2y >= 7

3.- F = 3x + 4y

x >= 0
y >= 0
x <= y
x + y - 2 >= 0

4.- F = 2x + y

x >= 0
y >= 0
x + y <= 3
2x + y >= 7

Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

- ✓Solución única
- ✓Solución múltiple
- ✓Solución no acotada
- ✓Solución no factible

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

✓Solución única

Maximizar $F=3x+5y$

Sujeto a:

$$\begin{cases} x+y\leq 10 \\ x\geq y \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

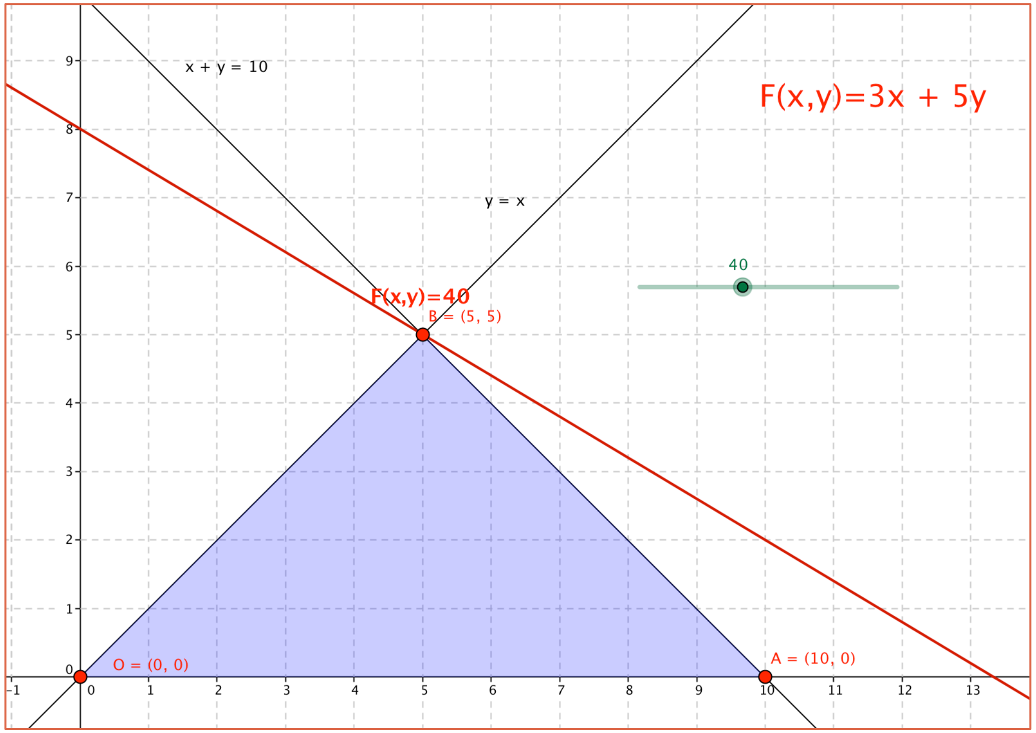
Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

✓Solución única

Maximizar F=3x+5y
Sujeto a:

$$\begin{cases} x+y\leq 10 \\ x\geq y \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$



Máximo en el punto (5,5)

04-prog_lineal_sol_unica.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra València

Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

✓Solución múltiple

Maximizar $F = x + y$

Sujeto a:

$$\begin{cases} x+y\leq 10 \\ x-y\leq 4 \\ x\geq 0 \\ 0\leq y\leq 7 \end{cases}$$

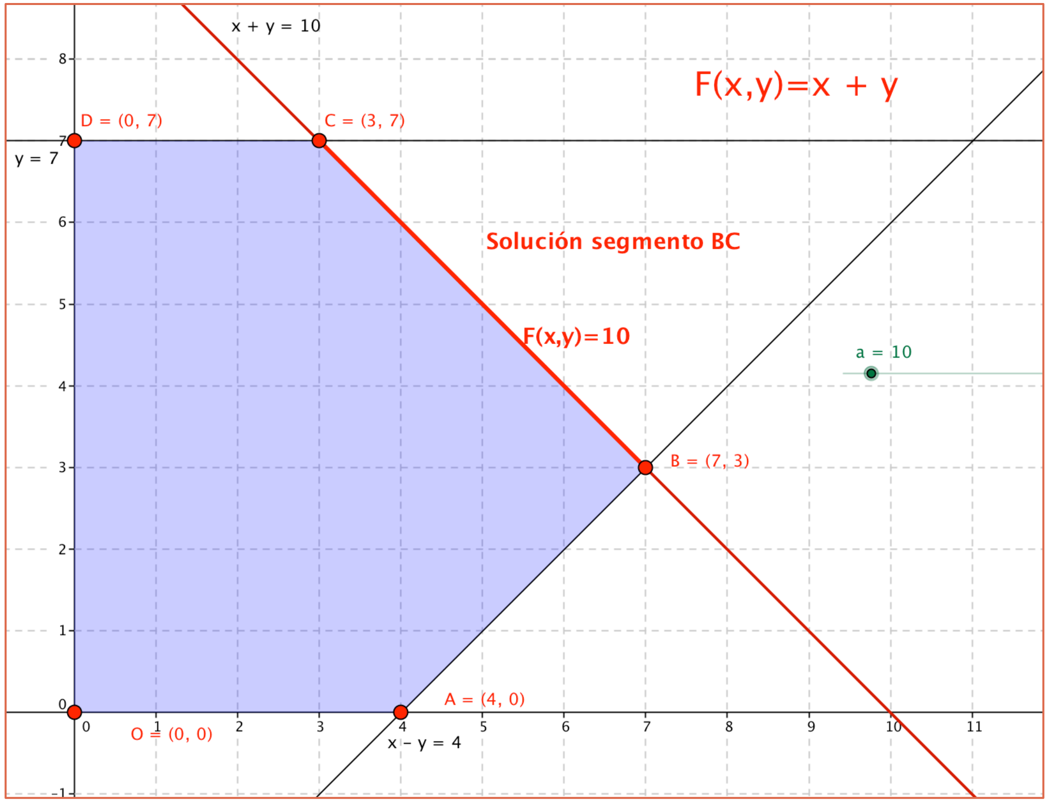
Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

✓Solución múltiple

Maximizar F = x + y
Sujeto a:

$$\begin{cases} x+y\leq 10 \\ x-y\leq 4 \\ x\geq 0 \\ 0\leq y\leq 7 \end{cases}$$



Máximo en el segmento que une los puntos C(3,7) y B(7,3)

05-prog_lineal_sol_multiple.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

✓Solución no acotada

Maximizar $F=x+2y$

Sujeto a:

$$\begin{cases} x-2y\leq -2 \\ x\geq y \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

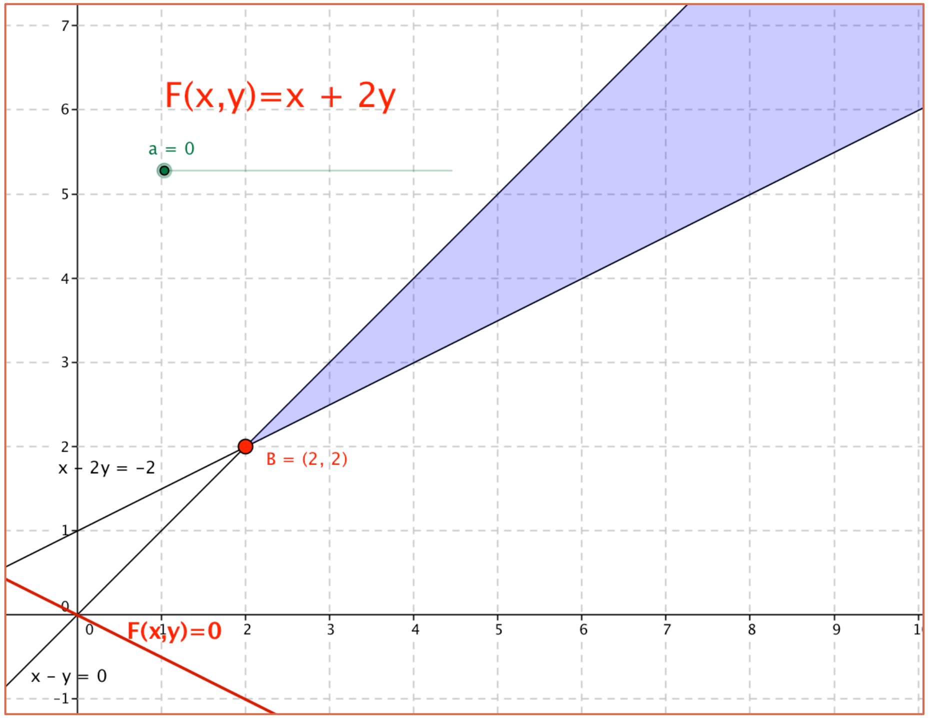
Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

✓Solución no acotada

Maximizar $F=x+2y$

Sujeto a:

$$\begin{cases} x-2y\leq-2 \\ x\geq y \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$



Carece de solución óptima

06-prog_lineal_sol_noacotada.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

✓Solución no factible

Maximizar $F=2x+3y$

Sujeto a:

$$\begin{cases} x+y\leq 2 \\ 2x+y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Tipos de solución en un problema de Programación Lineal

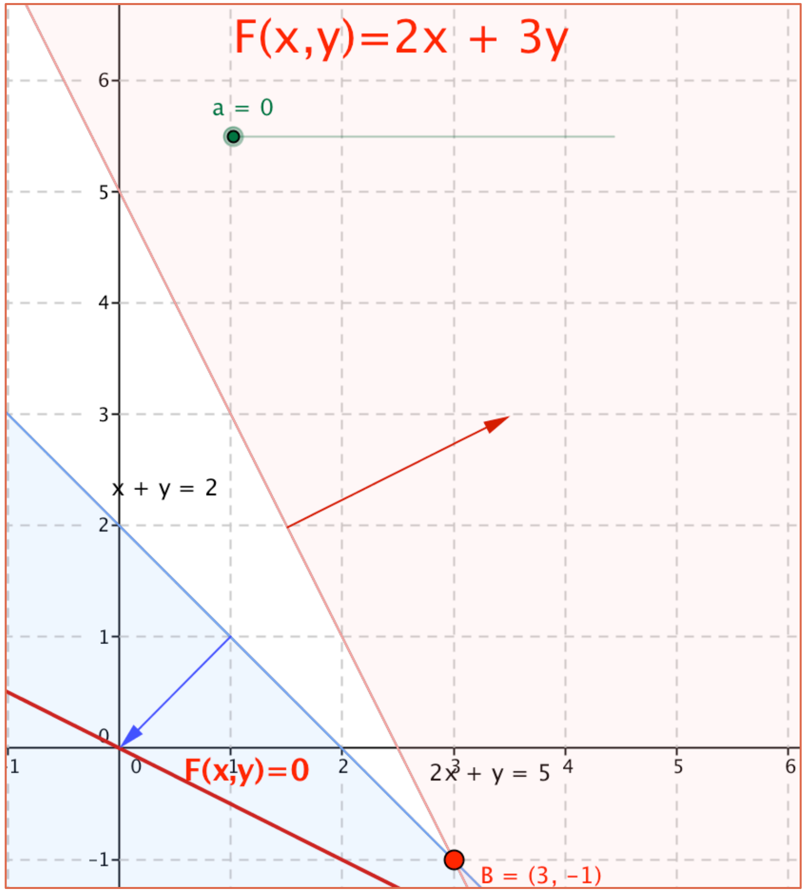
✓Solución no factible

Maximizar F=2x+3y

Sujeto a:

$$\begin{cases} x+y\leq 2 \\ 2x+y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

No tiene región factible



07-prog_lineal_sol_nofactible.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra València

Problema de camiones

Una empresa constructora dispone de dos tipos de camiones A y B y quiere transportar 100 t de material al lugar de la obra.
Sabiendo que dispone de 6 camiones del tipo A con una capacidad de 15 t y un coste de 40 € por viaje y de 10 camiones del tipo B con una capacidad de 5 t y con un coste de 30 € por viaje, se pide:

- El número posible de camiones de cada tipo que puede usar (solución gráfica).
- El número de camiones de cada tipo que debe usar para que el coste sea mínimo y el valor de dicho coste.

Problema de camiones

1.- Descubrir la función objetivo tras leer bien el problema

Una empresa constructora dispone de dos tipos de camiones A y B y quiere transportar 100 t de material al lugar de la obra.
Sabiendo que dispone de 6 camiones del tipo A con una capacidad de 15 t y un coste de 40 € por viaje y de 10 camiones del tipo B con una capacidad de 5 t y con un coste de 30 € por viaje, se pide:

- El número posible de camiones de cada tipo que puede usar (solución gráfica).
- El número de camiones de cada tipo que debe usar para que el coste sea mínimo y el valor de dicho coste.

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de camiones

2.- Analizar los datos del problema

Una empresa constructora dispone de dos tipos de camiones A y B y quiere transportar 100 t de material al lugar de la obra.

Sabiendo que dispone de 6 camiones del tipo A con una capacidad de 15 t y un coste de 40 € por viaje y de 10 camiones del tipo B con una capacidad de 5 t y con un coste de 30 € por viaje, se pide:

- El número posible de camiones de cada tipo que puede usar (solución gráfica).
- El número de camiones de cada tipo que debe usar para que el coste sea mínimo y el valor de dicho coste.

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de camiones

Análisis de los datos

Tipos de camiones	A	B	Restricciones
Nº de camiones	x	y	$x \geq 0 \quad y \geq 0$
Disponibilidad	6	10	$x \leq 6 \quad y \leq 10$
Toneladas	$15 \cdot x$	$5 \cdot y$	$15x + 5y \geq 100$
Coste en €	$40 \cdot x$	$30 \cdot y$	$\boxed{F\ min = 40x + 30y}$

Función de Coste

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de camiones

Planteamiento del problema

Averiguar para qué valores de x e y la expresión

F = 40 x + 30 y ***Función objetivo***

Se hace mínima, sujeto a las siguientes restricciones:

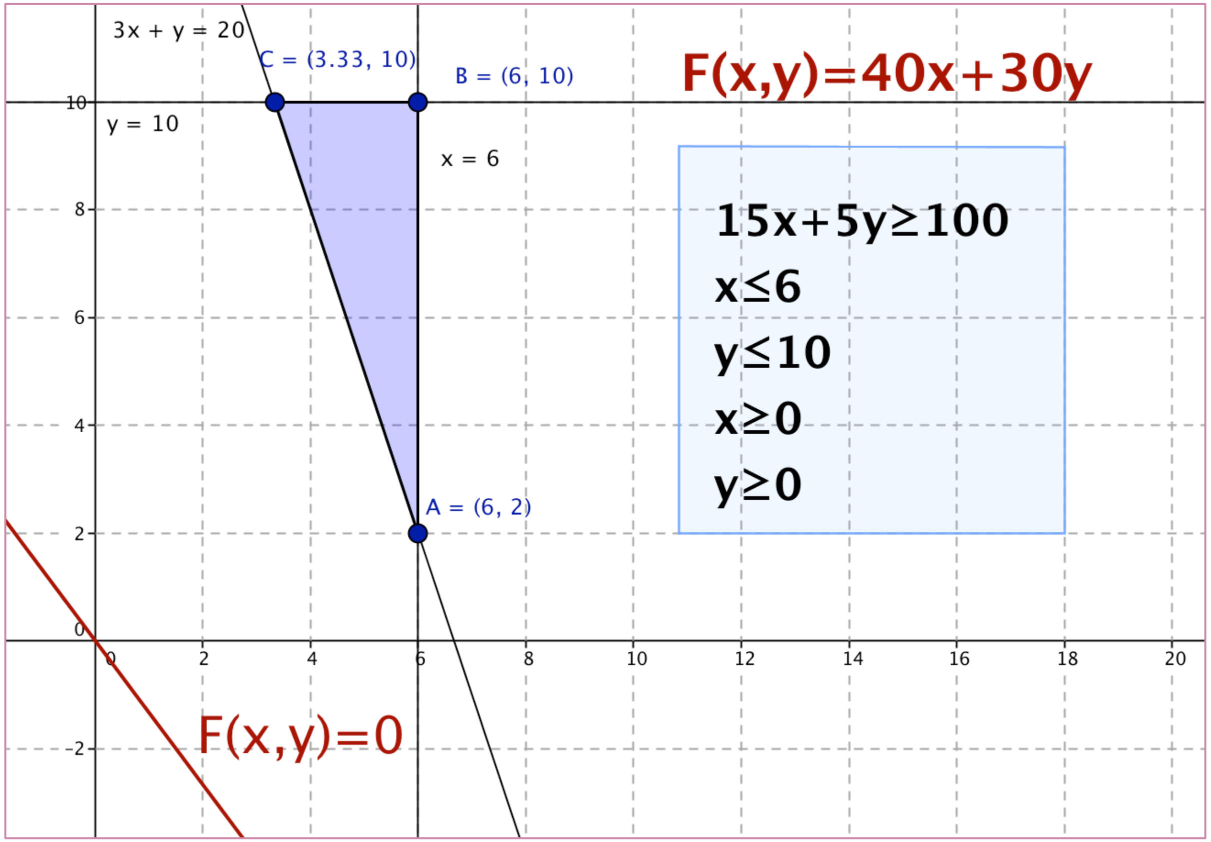
Restricciones del problema

$$\begin{cases} 15x+5y\geq 100 \\ x\leq 6 \\ y\leq 10 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de camiones

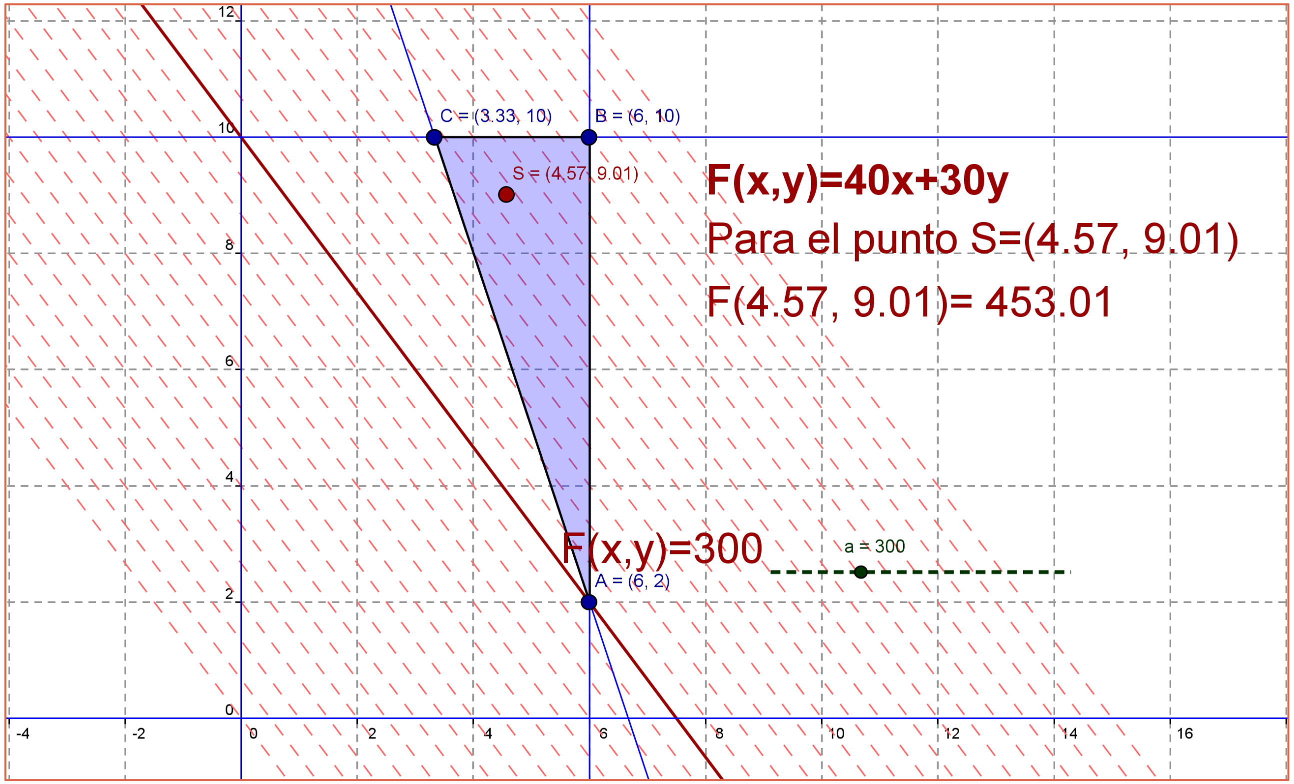
Solución del problema



01-pl-camiones.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Solución del problema



01-pl-camiones.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

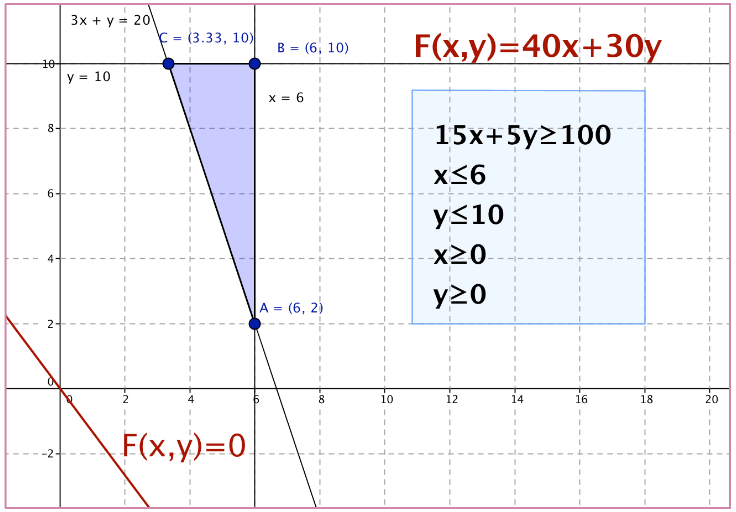
Problema de camiones

Solución del problema

$$F_A = 40{\cdot}6 + 30{\cdot}2 = 300$$

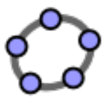
$$F_B = 40{\cdot}6 + 30{\cdot}10 = 540$$

$$F_C = 40{\cdot}\frac{10}{3} + 30{\cdot}10 = 433,33$$



el valor mínimo se alcanza en el punto A=(6,2)

Se deben utilizar 6 camiones del tipo A
y 2 del tipo B, con un coste mínimo de 300 €



01-pl-camiones.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de máximo

Las 20 chicas y los 10 chicos de un curso de 2º de Bachiller organizan un viaje, para el cual necesitan dinero. Deciden pedir trabajo por las tardes en una compañía encuestadora que contrata a equipos de jóvenes de dos tipos:

TIPO A. Parejas: Una chica y un chico.

TIPO B. Equipos de 4, formados por 3 chicas y un chico.

Se paga 30 € la tarde a la pareja y 50 € al equipo de 4.

¿Cómo les conviene distribuirse para sacar la mayor cantidad posible de dinero?

Problema de máximo

1.- Descubrir la función objetivo tras leer bien el problema

Las 20 chicas y los 10 chicos de un curso de 2º de Bachiller organizan un viaje, para el cual necesitan dinero. Deciden pedir trabajo por las tardes en una compañía encuestadora que contrata a equipos de jóvenes de dos tipos:

TIPO A. Parejas: Una chica y un chico.

TIPO B. Equipos de 4, formados por 3 chicas y un chico.

Se paga 30 € la tarde a la pareja y 50 € al equipo de 4.

¿Cómo les conviene distribuirse para sacar la mayor cantidad posible de dinero?

Juan Fernando López
Institut GeoGebra València

Problema de máximo

2.- Analizar los datos del problema

Las 20 chicas y los 10 chicos de un curso de 2º de Bachiller organizan un viaje, para el cual necesitan dinero. Deciden pedir trabajo por las tardes en una compañía encuestadora que contrata *a equipos de jóvenes de dos tipos:*

TIPO A. Parejas: Una chica y un chico.

TIPO B. Equipos de 4, formados por 3 chicas y un chico.

Se paga 30 € la tarde a la pareja y 50 € al equipo de 4.

¿Cómo les conviene distribuirse para sacar la mayor cantidad posible de dinero?

Análisis de los datos

EQUIPOS	Nº	CHICAS QUE INTERVIENEN	CHICOS QUE INTERVIENEN
PAREJAS	x	x	x
EQUIPOS DE 4	y	3y	y
TOTAL		x+3y	x+y
DISPONIBILIDAD		≤ 20	≤ 10

La ganancia total diaria es 30 x + 50 y en euros.

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de máximo

Planteamiento del problema

Averiguar para qué valores de x e y la expresión

$$F = 30x + 50y$$ ***Función objetivo***

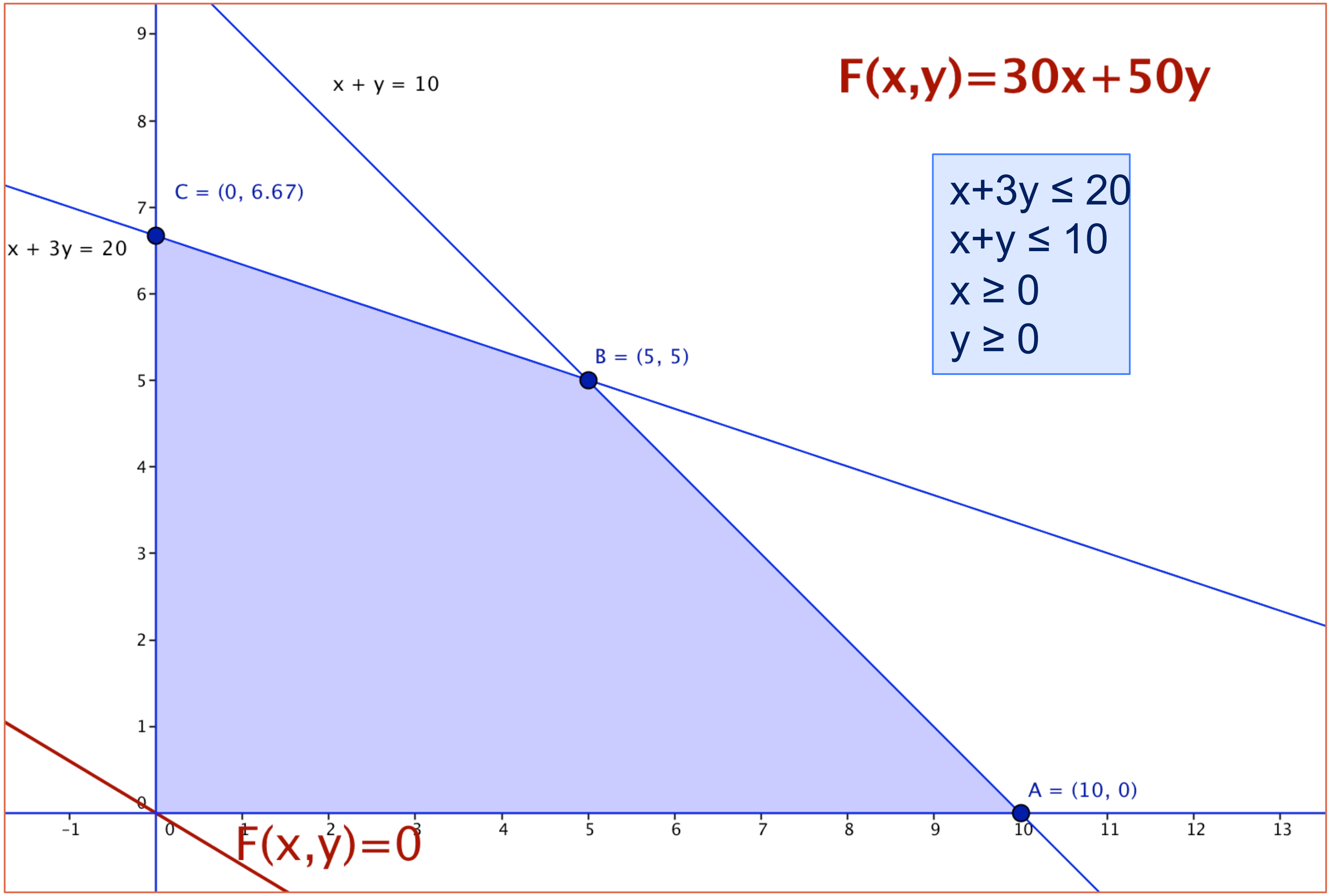
Se hace máxima, sujeto a las siguientes restricciones:

Restricciones del problema

$$\begin{cases} x+3y \leq 20 \\ x+y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de máximo

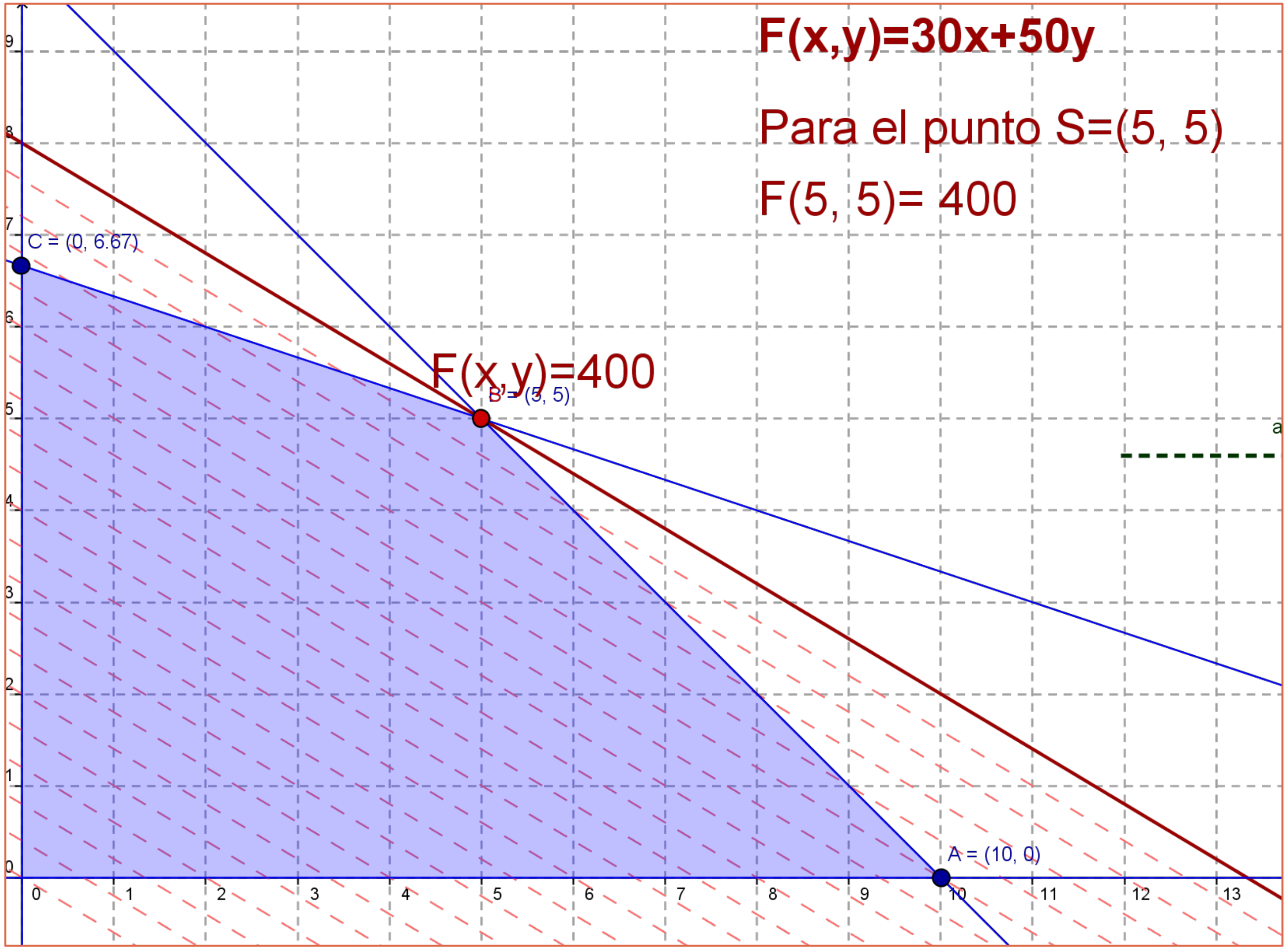


03-pl-maximo.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de máximo

Solución del problema



03-pl-maximo.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra València

Problema de máximo

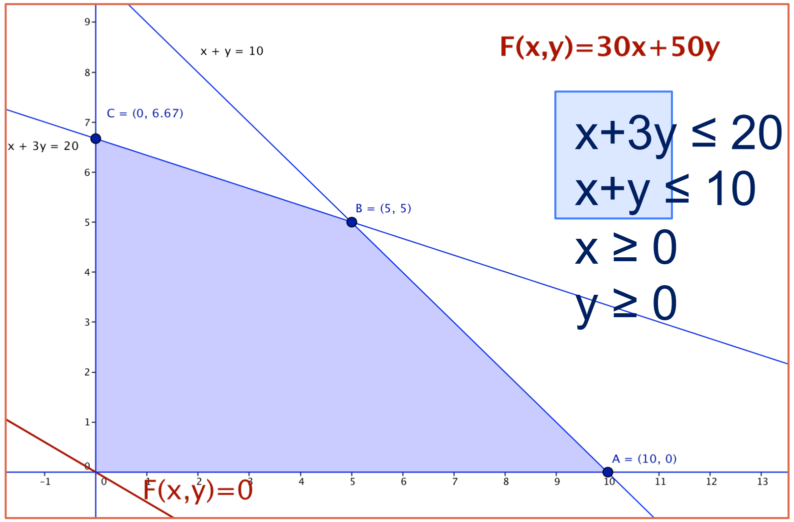
Solución del problema

$$F_O = 30{\cdot}0 + 50{\cdot}0 = 0$$

$$F_A = 30{\cdot}10 + 50{\cdot}0 = 300$$

$$F_B = 30{\cdot}5 + 50{\cdot}5 = 400$$

$$F_C = 30{\cdot}0 + 50{\cdot}\frac{20}{3} = 333,33$$



el valor máximo se alcanza en el punto B=(5,5)

Se deben formar 5 equipos y 5 parejas para obtener una ganancia máxima de 400 €

03-pl-maximo.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de maximizar beneficios

Tenemos como máximo 120 unidades de dos productos, A y B. Hay 65 unidades de A, con unas ganancias de 4 € por unidad, y 55 de B, con 6,50 € por unidad. Determinar las cantidades que se venden para maximizar los beneficios.

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de maximizar beneficios

1.- Descubrir la función objetivo tras leer bien el problema

Tenemos como máximo 120 unidades de dos productos, A y B. Hay 65 unidades de A, con unas ganancias de 4 € por unidad, y 55 de B, con 6,50 € por unidad. **Determinar las cantidades que se venden para maximizar los beneficios.**

Problema de maximizar beneficios

2.- Analizar los datos del problema

Tenemos como máximo 120 unidades de dos productos, A y B. Hay 65 unidades de A, con unas ganancias de 4 € por unidad, y 55 de B, con 6,50 € por unidad. Determinar las cantidades que se venden para maximizar los beneficios.

Problema de maximizar beneficios

Análisis de los datos

Productos	A	B	
Cantidad	x	y	x+y≤ 120
Total	≤ 65	≤ 55	
Beneficio (€)	4·x	6,60·y	F(x,y) Max

El beneficio es F(x,y) = 4 x + 6,50 y en euros.

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de maximizar beneficios

Planteamiento del problema

Averiguar para qué valores de x e y la expresión

$F(x,y) = 4x + 6{,}50y$ **Función objetivo**

Se hace máxima, sujeto a las siguientes restricciones:

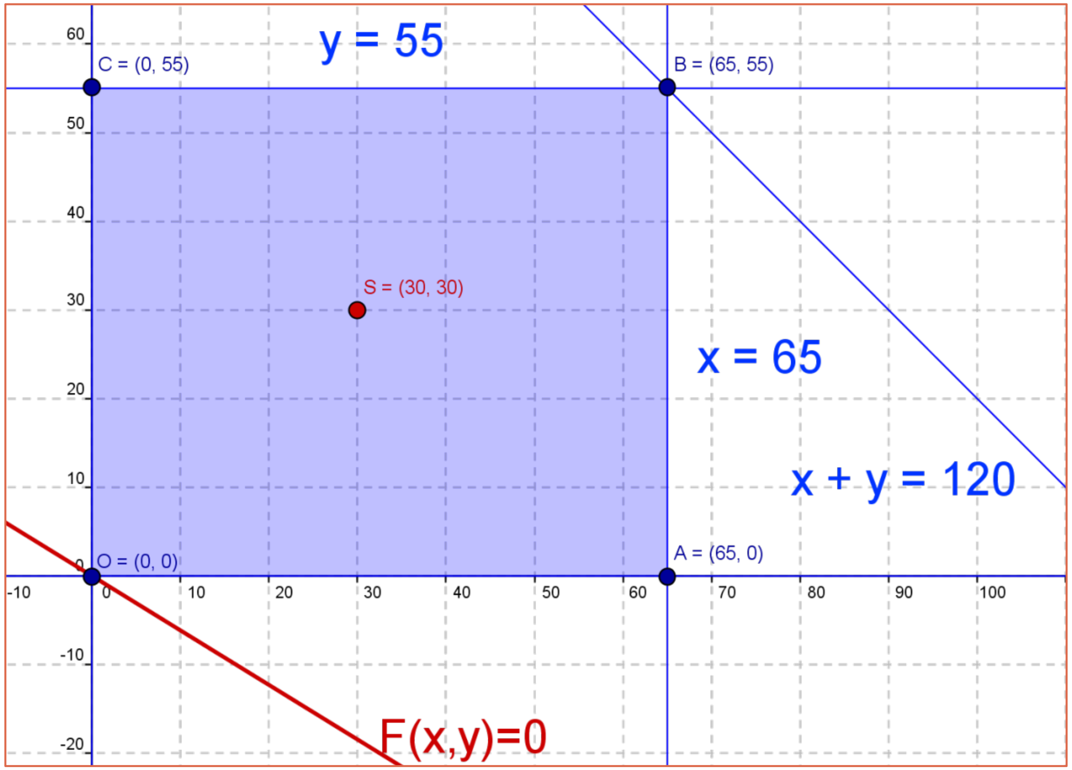
Región factible
$$\begin{cases} x + y \le 120 \\ x \le 65 \\ y \le 55 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de maximizar beneficios

Región factible

F(x,y) = 4 x + 6,50 y



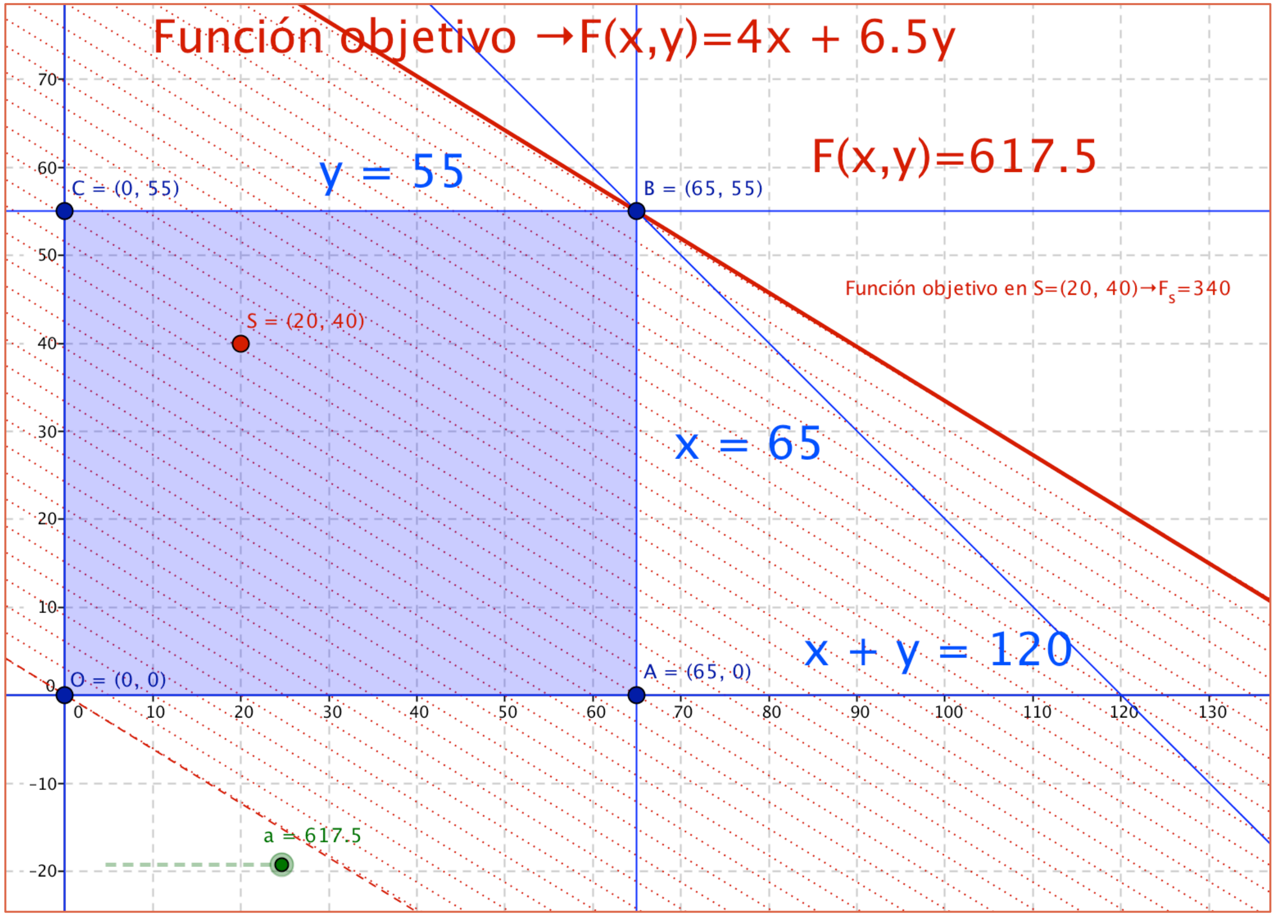
$x + y \le 120$
$x \le 65$
$y \le 55$
$x \ge 0$
$y \ge 0$

04-pl-max-beneficios.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de maximizar beneficios

Solución del problema



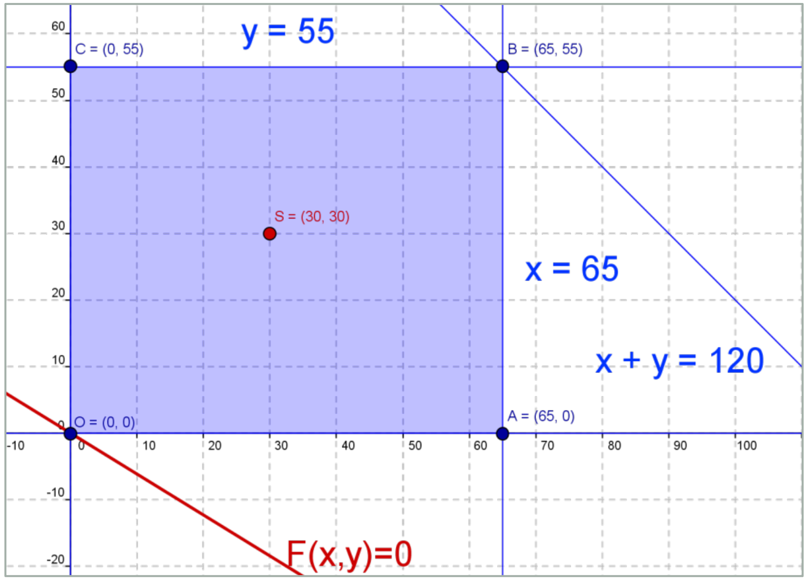
04-pl-max-beneficios.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema de maximizar beneficios

Solución del problema

$$F_O = 4{\cdot}0 + 6,50{\cdot}0 = 0$$
$$F_A = 4{\cdot}65 + 6,50{\cdot}0 = 260$$
$$F_B = 4{\cdot}65 + 6,50{\cdot}55 = 617,5$$
$$F_C = 4{\cdot}0 + 6,50{\cdot}55 = 357,5$$



el valor máximo se alcanza en el punto B=(65,55)

Se deben vender 65 unidades A y 55 unidades B para obtener una ganancia máxima de 617,50 €

04-pl-max-beneficios.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema PAU – Valencia - Junio 2009

Un frutero quiere liquidar 500 kg de naranjas, 400 kg de manzanas y 230 de peras. Para ello prepara dos bolsas de fruta de oferta: la bolsa A consta de 1 kg de naranjas y 2 de manzanas y la bolsa B consta de 2 kg de naranjas, 1 kg de manzanas y 1 kg de peras. Por cada bolsa del tipo A se obtiene un beneficio de 2,50 euros y 3 euros por cada una del tipo B. Suponiendo que vende todas las bolsas, ¿cuántas bolsas de cada tipo debe preparar para maximizar sus ganancias? ¿Cuál es el beneficio máximo?

Problema PAU – Valencia - Junio 2009

1.- Descubrir la función objetivo tras leer bien el problema

Un frutero quiere liquidar 500 kg de naranjas, 400 kg de manzanas y 230 de peras. Para ello prepara dos bolsas de fruta de oferta: la bolsa A consta de 1 kg de naranjas y 2 de manzanas y la bolsa B consta de 2 kg de naranjas, 1 kg de manzanas y 1 kg de peras. Por cada bolsa del tipo A se obtiene un beneficio de 2,50 euros y 3 euros por cada una del tipo B. Suponiendo que vende todas las bolsas, ¿cuántas bolsas de cada tipo debe preparar para maximizar sus ganancias? ¿Cuál es el beneficio máximo?

Problema PAU – Valencia - Junio 2009

2.- Analizar los datos del problema

Un frutero quiere liquidar 500 kg de naranjas, 400 kg de manzanas y 230 de peras. Para ello prepara dos bolsas de fruta de oferta: la bolsa A consta de 1 kg de naranjas y 2 de manzanas y la bolsa B consta de 2 kg de naranjas, 1 kg de manzanas y 1 kg de peras. Por cada bolsa del tipo A se obtiene un beneficio de 2,50 euros y 3 euros por cada una del tipo B. Suponiendo que vende todas las bolsas, ¿cuántas bolsas de cada tipo debe preparar para maximizar sus ganancias? ¿Cuál es el beneficio máximo?

Problema PAU – Valencia - Junio 2009

Análisis de los datos

Tipo de bolsas	Nº	Kg de Naranjas	Kg de Manzanas	Kg de Peras	Beneficio (€)
Bolsa A	x	1x	2x	0	2,5x
Bolsa B	y	2y	1y	1y	3y
TOTAL		x+2y	2x+y	y	Máx.
Existencias		≤ 500	≤ 400	≤ 230	

El Beneficio obtenido es $2{,}5\,x + 3\,y$ en euros.

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema PAU – Valencia - Junio 2009

Planteamiento del problema

Averiguar para qué valores de x e y la expresión

F (x,y)= 2,5 x + 3 y ***Función objetivo***

Se hace máxima, sujeto a las siguientes restricciones:

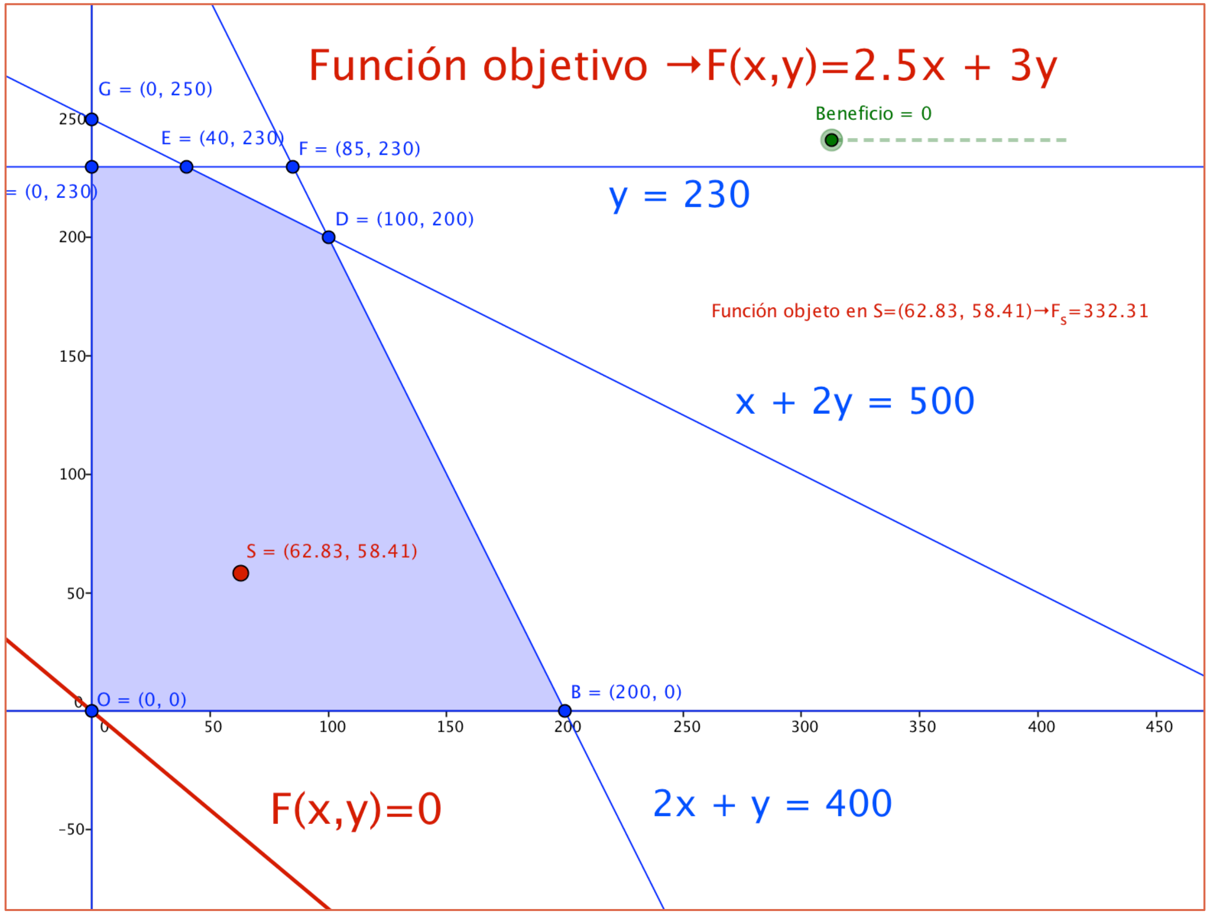
Restricciones del problema

$$\begin{cases} x + 2y \leq 500 \\ 2x + y \leq 400 \\ y \leq 230 \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Juan Fernando López
Institut GeoGebra València

Problema PAU – Valencia - Junio 2009

Solución del problema

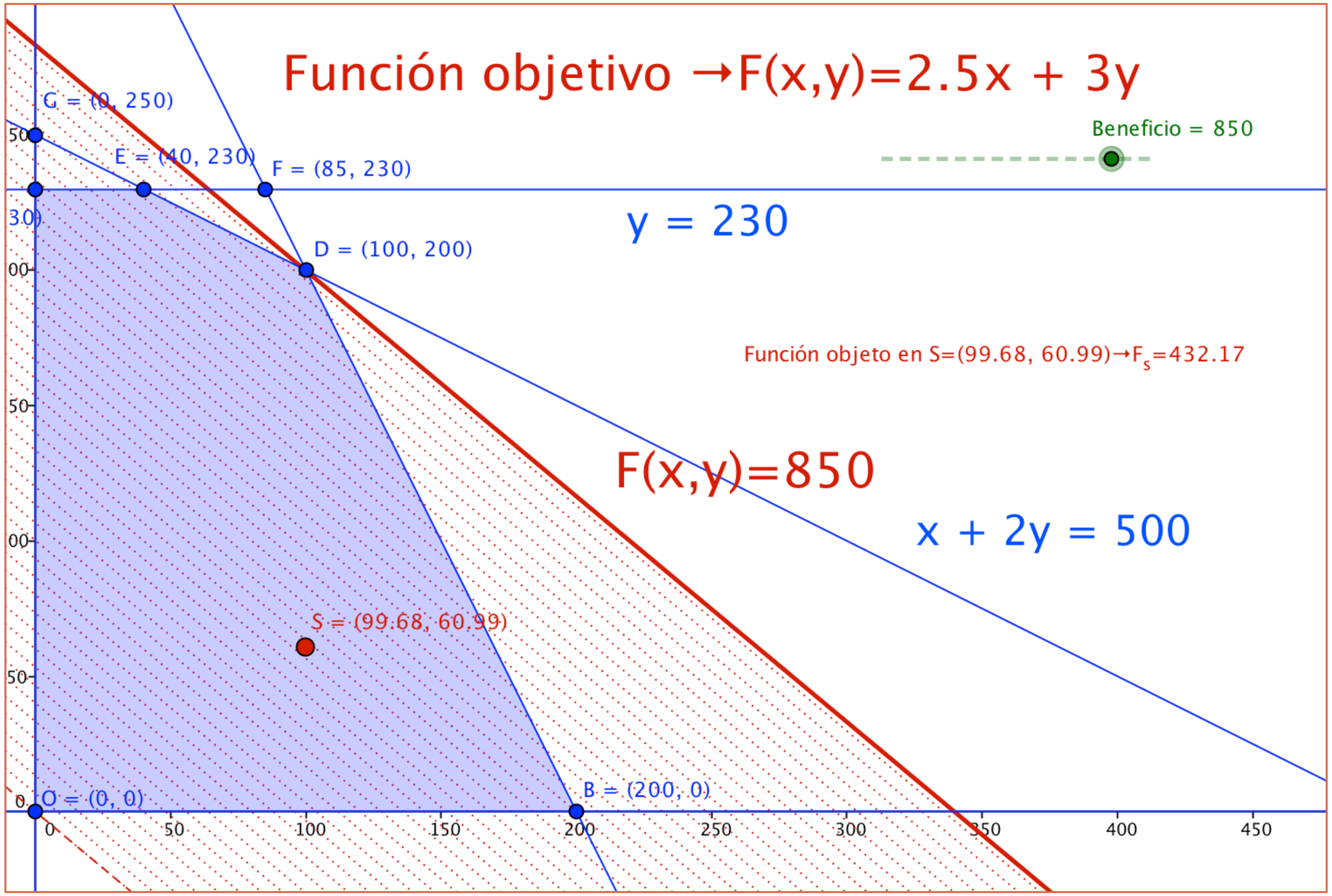


05-pl_pau_junio2009_A1.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema PAU – Valencia - Junio 2009

Solución del problema



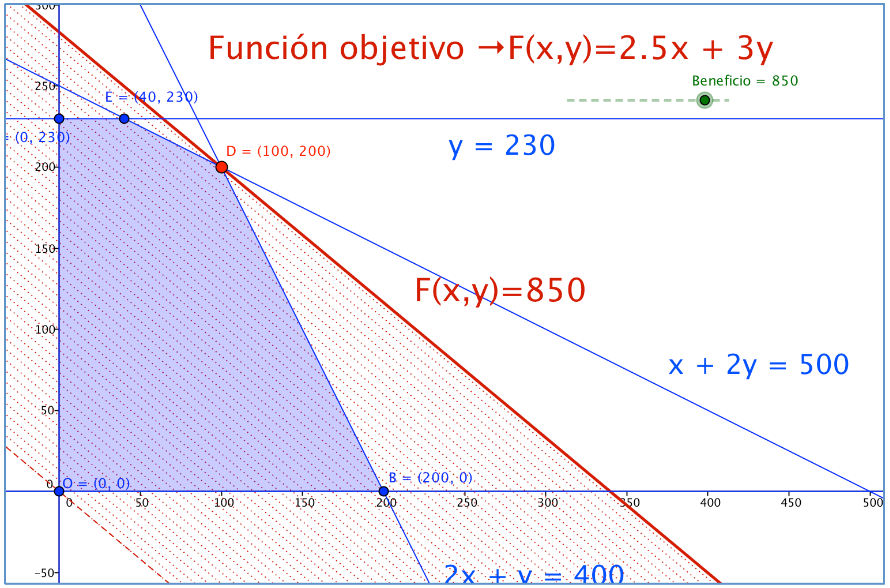
05-pl_pau_junio2009_A1.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Problema PAU – Valencia - Junio 2009

Solución del problema

$$\begin{cases} F_B = 2{,}5 \cdot 200 + 3 \cdot 0 = 500 \\ F_D = 2{,}5 \cdot 100 + 3 \cdot 200 = 850 \quad \rightarrow \mathit{Máximo} \\ F_E = 2{,}5 \cdot 40 + 3 \cdot 230 = 790 \\ F_I = 2{,}5 \cdot 0 + 3 \cdot 230 = 690 \\ F_O = 2{,}5 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0 \end{cases}$$



el valor máximo se alcanza en el punto D=(100,200)

El frutero debe preparar 100 bolsas del tipo A y 200 del tipo B, y de esta forma conseguirá un beneficio máximo de 850€

05-pl_pau_junio2009_A1.ggb

Juan Fernando López
Institut GeoGebra Valencià

Muchas gracias por su atención

Juan Fernando López Villaescusa

jflopez@semcv.org

Institut GeoGebra Valencià

IES Ramon Llull (València)